

Var ligger forskningsfronten i matematikdidaktik nu?

Ett försök till översikt av den
matematikdidaktiska forskningen

Barbro Grevholm
Universitetet i Agder
Luleå tekniska universitet
Högskolan Kristianstad
Högskolen i Narvik



Översikt över innehållet i presentationen

- Har vi en forskningsfront?
- En kort historik
- Forskningsområden och frågor
- Forskningsmetoder
- Om teorier
- En definition av begreppet teori
- Syften med en teori
- Vad räknas som värdefull forskning?
- Teori och praktik?
- Vilken forskning påverkar praktiken i klassrummen?
- Lärares roll i forskningen
- Några exempel på aktuella forskningsresultat

Har vi en forskningsfront?

Spridda skurar?

Fragment?

Brist på kumulativitet i forskningen?

Brist på respekt för vad andra har gjort tidigare?

Är fronten en fraktal?

En kort historik

På 60-talet var intresset huvudsakligen inriktat på matematikundervisningens innehåll och på kursplanefrågor.

I Tyskland kallade man detta *Stoffdidaktik* och man sökte svar på frågan hur ett visst område inom matematiken bäst kan läggas upp eller undervisas.

Frågor om mål, syfte och avsikter med matematikstudier, 70-talet.

Så kallade "curriculum"-studier tilldrog sig forskarnas intresse och detta område är än idag viktigt. En del av den serie av studier som kallas TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) rör just kursplanefrågor.

Frågor om utbildning av lärare och deras profession, 70-talet

Problemlösning, sedan 70-talet

Senare kom intresset att rikta sig mot de lärande i matematik, eleverna eller studenterna. Studier av hur enskilda elever lär sig matematik eller speciella delar av matematiken blev vanliga.

Så småningom (på 80-talet) blev det klart att individen lär sig i ett sammanhang och då vidgades studieområdet till elever i klassrummet. Hela gruppen i en lärandesituation studerades.

Att läraren har en avgörande betydelse för elevernas lärande i matematik stod klart och forskning på lärare blev allt vanligare på 90-talet.

Läraren är också en lärande och nästa område av intresse för forskning blev läraren och lärarutbildningen. Mycket av denna forskning bedrivs av lärarutbildarna själva och det rör sig oftast om fallstudier och studier i liten skala. Longitudinella studier är ovanliga.

Ännu senare utveckling har riktat intresset mot lärarutbildarna och deras arbete i utbildningen (Bergsten & Grevholm, 2008).

Tidsberoende intresseområden

Sådana områden är till exempel frågor som rör elever med särskilda behov i matematik, differentieringsfrågor, genusfrågor, jämställdhet, social rättvisa, bedömning och utvärdering av matematik, språket som en faktor i lärande av matematik och rad andra områden.

Frågor som rör sambandet mellan teori och praktik är alltid centrala

Diskussionen om hur forskningen kan befrukta klassrumspraktiken och tvärtom pågår ständigt.

Forskningsområden och frågor

Den tidiga forskningen rörde de lägre åldrarna (hela 1900-talet).
Högstadiе- och gymnasienivån studerades från 60-talet och framåt.
Lärarytbildning och förskola kom in i bilden på 80- och 90-talen.
På 80 och 90-talet vidgades området till universitetsnivå
Vuxenutbildning utanför universitet beforskas från 90-talet
Numera pågår även forskning om forskarutbildningen (i matematikdidaktik)
'Mathematics for all' var ledordet på 1900-talet

Tyngdpunkten har förskjutits från undervisning till lärande. Alla aspekter och områden av matematiken har dragits in.

Små, korta studier vanligare, longitudinella studier sällsynta

Internationella, komparativa studier som TIMSS, PISA, Lesson Study, Learners' Perspective Study är mest kända utåt

Forskningsmetoder

De tidiga studierna var ofta kvantitativa.

Senare kom kvalitativa studier och fallstudier att bli mer accepterade och har en tid dominerat.

En kombination av kvantitativa och kvalitativa metoder kan vara att föredra.

Numera efterfrågas på nytt större studier och kvantitativa studier som grund för samhällsbeslut.

Se Mogens Niss beskrivning.

Det finns ett behov av att försöka dra slutsatser från en hel grupp av studier med olika metoder. Det kan inte göras av ensamma forskare.

Många metoder blandas

Observationer av olika slag, intervjuer av olika slag, enkäter, test, prov, videinspelning, ljudinspelning, gruppsamtal, narrativer, bilder, texter, begreppskartor, uppsatser med mera

Ett problem i matematikdidaktiken är att fenomen vi önskar studera inte är direkt observerbara.

Det kan gälla begreppsutveckling, lärande, uppfattningar, attityder, meningsbildning, förståelse och många andra fenomen

Indirekta observationsmetoder kan vara tidsödande, svåra att genomföra och leda till tolkningsproblem.

Vi har en del inbyggda paradoxer som att undervisning är helt välbestämt, vi vet vad, vem, för vem, hur, varför, när och var det sker medan lärande är totalt obestämt

Om teorier

Matematikdidaktik är ett interdisciplinärt forskningsfält och lånar teorier från en rad andra vetenskapsområden som psykologi, pedagogik, historia, sociologi, etnologi, antropologi, filosofi, mm

Matematiken spelar en helt central roll i matematikdidaktisk forskning

En debatt pågår om teoriernas roll och behovet av egna teorier inom området

Kampen mellan företrädare för olika teorier och handledares påverkan av sina doktorander när det gäller teorival

Teorins koppling till forskningsfrågor och metoder i en studie

Mogens Niss föredrag på Norma05 är ett intressant inlägg i den debatten

Här är hans definition av begreppet teori

- A *theory* is a system of concepts and claims with certain properties, namely
- The theory consists of an *organised network of concepts* (including ideas, notions, distinctions, terms etc.) and *claims* about some extensive domain, or a class of domains, of objects, situations and phenomena.
- In the theory, the *concepts are linked in a connected hierarchy* (oftentimes of a logical or proto-logical nature), in which a certain set of concepts, taken to be basic, are used as building blocks in the formation of the other concepts in the hierarchy.
- In the theory, the *claims are either* basic hypotheses, assumptions, or axioms, taken as *fundamental* (i.e. not subject to discussion within the boundaries of the theory itself), or statements obtained from the fundamental claims by means of *formal or material* (by "material" we mean experiential or experimental) *derivation* (including reasoning).

Syften eller avsikter med en teori enligt Niss

- One purpose of a theory is to provide *explanation* of some observed phenomenon
- Another purpose is to provide *predictions* of the (possible) occurrence of certain phenomena
- A third purpose is to provide *guidance for action or behaviour* by employing knowledge of claims
- A fourth purpose is to provide *a structured set of lenses* through which aspects or parts of the world can be approached, observed, studied, analysed or interpreted
- Yet another purpose is to provide *a safeguard against unscientific approaches* to a problem
- The sixth and final purpose is to provide *protection against attacks* from skeptical or hostile colleagues in other disciplines

Tendens för framtiden?

Synen på vad en teori är, hur man väljer den och hur den ska användas i forskning kommer troligen att debatteras och utvecklas inom matematikdidaktiken som vetenskap framöver

Vad räknas som värdefull forskning?

Kriterier för vad som anses vara god forskning finns även inom matematikdidaktik (Frank Lester och Diana Lambdin 1998).

Det första kriteriet är att forskningen är värd att genomföra (worthwhileness).

Det avgörs av om forskningen har en potential att lägga till något eller fördjupa vår förståelse av frågor som rör lärande och undervisning i matematik

Det andra kriteriet är att det finns ett bra samband mellan forskningsfrågan och de metoder som valts och tekniker för analysen.

Därefter följer att forskaren är kompetent när det gäller att genomföra datainsamling, analys och tolkningar.

Det fjärde kriteriet, öppenhet, innehåller två kvaliteter: att forskaren har klargjort sina förutsättningar och förutfattade meningar så att läsaren får inblick i dem och att forskningsmetoderna är så komplett beskrivna att andra forskare kan granska dem i detalj och eventuellt göra om studien för kontroll.

Det femte handlar om etik och avser både det sätt på vilket forskningen berör dem som är föremål för den och erkännandet av andras bidrag till forskningen.

Trovärdighet är ett kriterium och rör i vilken mån de framlagda resultaten och påståendena är trovärdiga för en förnuftig, eftertänksam läsare med ett öppet sinne.

Det sista kriteriet är att forskningsrapporten är tydlig, klar och väl organiserad så att den kan bidra på ett värdefullt sätt och bli användbar.

Teori och praktik?

..... kan bidra på ett värdefullt sätt och bli användbar

Det önskar alla forskare att de ska göra.

Dessutom förväntar sig samhället att de skattepengar som investeras i forskning ska ge resultat av sådant slag.

Här kommer nog trycket på forskarna framöver från politiker att öka?

Jämför Burkharts och Schoenfelts artikel i *Educational Researcher*, Vol. 32, No. 9, s. 3–14

Improving Educational Research: Toward a More Useful, More Influential, and Better-Funded Enterprise

Hur ser utvecklingen ut?

Vilken forskning påverkar praktiken i klassrummen?

Vid 100-årsjubileet av ICMI:s tillkomst i Rom i mars 2008 talade Jo Boaler om *The relationship between research and practice in mathematics education: international examples of good practice*

Hon hade genom intervjuer med forskare runt om i världen sökt finna forskningsprojekt som haft en stor påverkan på praktiken i klassrummen. Ett antal exempel visades fram, däribland *Cognitively Guided Instruction*.

Hennes slutsats är att den forskning som leder till att lärare lär sig något om sina elever, sin undervisning, lärande och att vara lärare är de projekt som vinner framgång och får betydelse.

En annan slutsats är att forskare måste arbeta tillsammans med lärare och erbjuda lärare denna möjlighet att lära sig från forskningen.

Lärarens roll i forskningen

Inledningsvis var läraren ett objekt, något som studerades i forskningen.

I nästa fas blev läraren en medarbetare i forskningen och medverkade i datainsamling och produktion av observationstillfällen.

I en annan fas skulle läraren själv bli forskare i sitt eget klassrum.

För närvarande verkar modellen vara lärande gemenskaper, 'learning communities', där lärare deltar med sin kompetens och forskare med sin specifika kompetens och de båda grupperna bidrar på ett likvärdigt sätt till forskningen.

Det senare blir lite paradoxalt om man tänker på spridningen av forskningsresultaten.

Områden för arbete i grupper i Rom 2008

Disciplinary mathematics and school mathematics

The professional formation of teachers

Mathematics education and society

Resources and technology throughout the history of ICMI

Mathematics education: An ICMI perspective

ICME11 i Mexico 2008

38 topic study groups som behandlade alla nivåer från förskola till vuxna och arbetsmiljöer, alla delområden inom matematiken (algebra, geometri,...), bevis, problemlösning, visualisering, nya teknologier, olika aspekter av lärarutbildning, motivation och attityder, språk, genus, multietnicitet och multikulturalitet, curriculum, assessment, new trends in mathematics education research and history of teaching and learning mathematics

28 discussion groups

Quality and relevance in mathematics education research

Rethinking doctoral programmes in mathematics education

The shaping of mathematics education through assessment and testing

The changing nature and roles of mathematics textbooks: form, use, access

Exempel: Norma08-konferensen i Köpenhamn våren 2008

Fyra teman

Didactical design in mathematics education

Education and identity of mathematics teachers

Technology in mathematics education

Mathematics for all: why, what and when?

Några paradoxer

Vi vet en hel del om matematikundervisning,
vi vet vad eleverna kan och inte kan klara av på prov i matematik.

Men vi vet inte vilken relation eller vilket samband som råder mellan
den undervisning som erbjuds och det lärande som sker?

Hur kan det komma sig att lärare trots att de vet så mycket om
elevernas kunskaper (som de visar sig på prov i matematik) inte
klarar av att undervisa så att resultaten förbättras?

Finska elever ligger i topp i matematik vid internationella jämförelser.
Finska forskare och lärare kan inte förklara varför. Hur kan det
komma sig?

Läroböcker spelar en stor roll i matematikundervisningen på alla nivåer och styr den till stora delar.

Trots det framställs läroböcker till största delen utan att författare och förlag försöker bygga på de forskningsresultat som finns om lärandet i matematik.

Forskning om läroböcker sparsamt förekommande

Stræsser, Howson, van Dormolen, Pepin & Haggarty, Rezat, Areskoug & Grevholm, Grevholm, Bratt & Nilsson, Bremner, Brändström, M. Johansson, T. Jakobsson-Åhl, M. Randahl, T. R. Kongelf

Ett exempel: Studier om bruk av grafräknare och CAS

Doktoranden Per Eskil Persson har gått igenom de senaste fem årens artiklar och bokkapitel som presenterar forskning på området bruk av grafräknare och CAS (från specifikt angivna databaser för forskning)

I sin sammanställning redovisar han 5 översiktsartiklar och över 50 andra artiklar inom området, däribland en handfull avhandlingar.

Ett av hans syften med arbetet är att erbjuda lärare en lättillgänglig sammanställning av resultat från forskningen.

Situationen belyser hur snabbt forskningen växer och hur svårt det är för en enskild att följa med och göra sig en bild av vad den senaste forskningen säger.

Dessutom är det inte alls en trivial uppgift att föra över forskningsresultat till klassrumspraktiken (Burkhardt och Schoenfelt, 2003)

Några resultat av litteraturoversikten

Students who use calculators usually

- become more active in solving mathematical tasks.
(Burrill et al., 2002; Reznichenko 2007b)
- see problem-solving in a new way when they are freed from routine calculations, both of numerical and algebraic type.
(Reznichenko 2007b; Hennessy et al., 2001)
- are more flexible with strategies for problem-solving and with representational forms.
(Bergqvist, 2001, Berry et al., 2006; Reznichenko 2007b; Hennessy et al., 2001)
- increase their ability to understand and use mathematical concepts.
(Bergqvist, 2001; Drijvers, 2003; Graham & Thomas, 2000; Hennessy et al., 2001; Kieran & Drijvers, 2006; Kulik, 2003; Reznichenko, 2007a)
- make significant improvements in problem-solving skills as well as computing and operational skills.
(Burrill et al., 2002; Ellington, 2003; Yerushalmy, 2006)

- in particular develop a clearer and deeper conceptual understanding of algebraic syntax, expressions and functions.
(Ball, 2004; Drijvers, 2003; Kieran, & Saldanha, 2005; Reznichenko 2007b)
- take advantage of them as a common communication medium on a higher level than what is possible with paper-and-pencil in their cooperative work.
(Balling, 2003; Hennessy et al., 2001; Radford et al., 2003; Rivera, & Becker, 2004)
- show no decreasing skills in paper-and-pencil or mental skills. On the contrary, in most cases they also make improvements within these skills.
(Ellington, 2003; Kulik, 2003; Graham & Thomas, 2000)
- show a more positive attitude against mathematics and are more motivated than those students who are not using calculators.
(Bardini et al., 2004; Ellington, 2003; Hennessy et al., 2001; Reznichenko, 2007a)

Some characteristics of cases when the use of calculators had no noticeable influence on students' knowledge, or could even be negative:

- Students were not explicitly instructed in the utilisation of the calculators, and did not understand their limits.
(Burrill et al., 2002; Ruthven, 2002; Trouche, 2005a;)
- Calculators were not used with consequence and continuity in classroom work, but were only brought in occasionally.
(Burrill et al., 2002; Ellington, 2003; Heller et al., 2005)
- The teacher had no adequate training for using calculators in their teaching, neither in a practical nor in a didactical perspective.
(Ball, 2004; Balling, 2003; Drijvers, & Gravemeijer, 2005; Heid & Edwards, 2001; Kendal & Stacey, 2002; Lagrange et al., 2003; Thomas & Hong, 2005; Trouche, 2005a;)
- Instruction had not been adjusted for the use of calculators, but had been essentially the same as when the students only worked with paper and pencil.
(Artigue, 2005; Ball & Stacey, 2005; Balling, 2003; Drijvers, 2003; Heid & Edwards, 2001; Thomas & Hong, 2005; Brown et al., 2007; Trouche, 2005a;)

En illustration

Till ICMI finns fem anknutna studiegrupper

Creation of Affiliated Study Groups

- PME- Psychology of Mathematics Education, 1976;
- HPM- History and Pedagogy of Mathematics, 1976;
- IOWME- Women and Mathematics Education, 1987;
- WFNMC- National Mathematics Competitions, 1994;
- ICTMA- Mathematics Modelling and Applications, 2003

De visar några av de forskningsområden som genom åren tilldragit sig speciellt intresse.

PME 30 år

En översikt bok över de 30 årens forskning kom ut 2006

Cognitive aspects of learning and teaching content areas (algebra, numeriskt tänkande, geometri och mätning)

Cognitive aspects of learning and teaching transversal areas (barns tidiga utveckling, avancerat matematiskt tänkande, bevis, visualisering)

Cognitive aspects of learning and teaching with technology (användning i analys och algebra, att undervisa i geometri)

Social aspects of learning and teaching mathematics (konstruktivismens utveckling, sociokulturell forskning, likvärdighet och social rättvisa, affekt)

Professional aspects of teaching mathematics (lärare och lärarutbildare som lärande, lärares kunskaper och praktiker)

Tre nya trender som identifieras i PME-boken

Sociokulturella forskningstrender i vidaste mening (klassrumsforskning, interaktion i klassrummet, jämställdhet, rättvisa, affektiva element)

Undervisning, lärare och lärarutbildning (undervisningsstilar, lärares uppfattningar, lärares beslutsfattande, möjligheter att förbättra lärarutbildningen)

Beräkningsverktyg i lärande och undervisning i matematik

Dessutom ställs frågan om hur relationen ser ut mellan forskningsparadigm och forskningsmetodologier. Passar de ihop?

Vilka metodologier är lämpliga för klassrumsforskning?

The international handbook of mathematics teacher education (2008)

Volume 1 Peter Sullivan and Terry Wood

Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development

Volume 2 Dina Tirosh and Terry Wood

Tools and processes in mathematics teacher education

Volume 3 Konrad Krainer and Terry Wood

Participants in mathematics teacher education. Individuals, teams, communities and networks.

Volume 4 Barbara Jaworski and Terry Wood

The mathematics teacher educator as a developing professional

Bergsten, C., & Grevholm, B. (2008). Knowledgeable teacher educators and linking practices. In T. Wood & B. Jaworski (Eds.), *The mathematics teacher educator as a developing professional*, (pp. 223-246). Rotterdam: Sense Publishers.

KNOWLEDGEABLE TEACHER EDUCATORS AND LINKING PRACTICES

This chapter discusses knowledge of mathematics teacher educators in relation to their work on practices with student teachers and beginning teachers, in particular those aiming at linking theoretical course work and teaching practice in schools. The discussion builds on frameworks for mathematics teacher knowledge and reflections from research on mathematics teacher educators. An overview of practices used by mathematics teacher educators is given, and some more detailed accounts of documented practices that focus on links between theoretical course work and teaching practice. Such linking practices have the potential to bridge the didactic divide between disciplinary and pedagogical knowledge, often separated by the organisation of teacher education programmes. It is concluded that mathematics teacher educators not only need knowledge and experience in critical competence areas and activities involved in the work of mathematics teachers, but also to be knowledgeable persons in the activities they design, which comprises a critical awareness of the activity and of the others you are working with as well as a will to move forward to the best of the others.

Litteratur

- Bergsten, C., & Grevholm, B. (2008). Knowledgeable teacher educators and linking practices. In T. Wood & B. Jaworski (Eds.), *The mathematics teacher educator as a developing professional*, (pp. 223-246). Rotterdam: Sense Publishers.
- Grevholm, B. (2006). Some examples of recent research in mathematics education – what it is about and how it is done. I T. Asunta & J. Viiri (Eds.), *Pathways into research-based teaching and learning in mathematics and science education*, (pp. 50-74). University of Jyväskylä.
- Gutierrez, A. & Boero, P. (Eds.) (2006). Handbook of research on the psychology of mathematics education. Past, present and future. PME 1976-2006. Rotterdam: Sense Publishers.
- Niss, M. (2006). The concept and role of theory in mathematics education. I C. Bergsten, B. Grevholm, H. Måsøval, & F. Rønning (Eds.), *Relating practice and research in mathematics education. Proceedings of Norma05, Fourth Nordic Conference on Mathematics Education*, (s. 97-110). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Niss, M. (2004). Key issues and trends in research on mathematical education. I Proceedings of ICME9, Makuhari, Japan.
- Wood, T. et al (2008). The international handbook of mathematics teacher education. Vol1-4. Rotterdam: Sense Publishers.