

MATEMATISKA ARGUMENT I HELKLASS-
DISKUSSIONER

Anna-Karin Nordin

Licentiatuppsats från Institutionen för matematikämnets och
naturvetenskapsämnenas didaktik 7

Matematiska argument i helklass- diskussioner

En studie av lärares och elevers multimodala kommunikation i matematik i

åk 3-5

Anna-Karin Nordin

©Anna-Karin Nordin, Stockholms universitet, 2016

ISBN 978-91-7649-372-4

Tryckeri: E-Print AB, Stockholm 2016

Distributör: Institutionen för matematikämnets och naturvetenskapernas didaktik, Stockholms universitet.

Sammanfattning

Denna studie syftade till att undersöka och analysera kommunikationen i helklassdiskussioner med ett tydligt fokus på matematiska argument. För att undersöka detta genomfördes en kvalitativ fallstudie där kommunikationen under åtta helklassdiskussioner i åk 3-5 analyserades.

I studien identifierades tre typer av argument som är funktionella i kommunikationen och förmedlar olika aspekter av matematik. Typerna är: (a) *argument som förmedlar en lösning till en uppgift/ett problem*, (b) *argument som förmedlar konceptuella egenskaper* och (c) *argument som förmedlar en matematisk relation*. Typerna av argument förklarar varför ett svar på en uppgift stämmer (typ a), belyser egenskaper hos ett matematiskt objekt (b) och klargör/tydliggör den matematiska relationen (c).

Resultatet visar även att argument kan uttryckas genom användandet av flera kommunikativa resurser, såsom talat språk, skriftspråk, symboler, bilder, användandet av konkret material och gester. Detta stärker vikten av att ta hänsyn till fler uttrycksformer än det verbala för att uppfatta argument/resonemang som kommuniceras i matematikklassrum.

Studien pekar även på vikten av att uppmärksamma argument/resonemang som skapas vid andra tillfällen än vid problemlösning och att argumenten kan möjliggöra att matematiska aspekter synliggörs för eleverna.

Abstract

Mathematical arguments in whole class discussions: A study of teachers' and pupils' multimodal communication in mathematics in grade 3-5.

This study aimed at investigating and analysing the communication occurring during whole class discussions, with a specific focus on the nature of the mathematical arguments. The investigation was a qualitative case study where the communication during eight whole class discussions in grade 3-5 were analysed.

Three types of arguments, which are functional in the communication and convey different aspects of mathematics, were identified in the study. The

types are (a) *argument conveying a solution to a task/ a problem* (b) *argument conveying conceptual properties*, and (c) *argument conveying a mathematical relationship*. The arguments types explain why an answer to a task is correct (type a), illuminate properties of a mathematical object (b), and clarify a mathematical relationship (c).

The findings also reveal that arguments may be expressed through the use of a broad range of communicative resources, such as spoken language, written language, symbols, drawings, the use of manipulatives, and gestures. This highlights the importance of taking into account more than speech when construing arguments/reasoning communicated in mathematics classroom.

The study also points to the importance of paying attention to arguments/reasoning that are created during other occasions than during task work or problem solving, and that arguments can enable the discerning of mathematical aspects for learners.

Keywords: Mathematical arguments, reasoning, argumentation, multimodality, classroom communication.

Förteckning över artiklar

Denna licentiatuppsats bygger på följande två artiklar.

1. Nordin, A.-K. & Boistrup, L.B. (2016). Mathematical reasoning through a broad range of communicational resources. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9, Ninth congress of research in mathematics education. 4-8 February, Prague. Czech republic* (pp. 1461-1467). Prague: Charles University in Prague, Faculty of Education.
2. Nordin, A.-K. & Boistrup, L.B. (2016) A categorisation of mathematical arguments: Multimodal analysis of classroom communication. (Submitted)

Innehåll

Sammanfattning	v
Abstract	v
Förord	xi
Introduktion	13
Varför en studie om matematiska argument	13
Ett exempel från skolans värld	13
Resonemang och argument i ramverk och forskning	14
Resonemang och argument i svenska matematikklassrum	15
Kommunikationen i klassrummet	15
Syfte och frågeställningar	16
Uppsatsens struktur och språk	16
Bakgrund	17
Kommunikation och språk	17
Språkets betydelse för matematikdidaktisk forskning	18
Uttrycksformer	19
Helklassdiskussioner – forum för skapande av argument	20
Argument	21
Mönster av ett argument – Toulmins modell	21
Användandet av Toulmins modell	22
Argument, resonemang och argumentation	24
Tidigare forskning om argument/resonemang	27
Argument kopplat till enskilda individer	28
Argument i en social process	29
Typer av argument	30
Teoretiskt ramverk	32
Toulmins argumentationsmodell	32
Matematiska argument	34
Multimodal socialsemiotik	35
Multimodalitet	35
Tecken och teckenskapare	36
Representation och kommunikation	36
Metod och genomförande	38

Studien	38
Deltagare	39
Datainsamling	40
Urval av data	41
Databearbetning	42
Analysmetod	45
Innehållsanalys	46
Fas 1	47
Fas 2	48
Att tolka yttrande	49
Trovärdighet	51
Sammanfattning av artiklarna	53
Artikel 1	53
Artikel 2	54
Diskussion	55
Matematiska argument i kommunikationen	55
Tillbaka till argument, resonemang och argumentation	57
Kommunikativa aspekter	57
Val under studiens gång	59
Studiens bidrag	60
Studiens begränsningar	60
Fortsatt möjlig forskning	61
Referenser	62
Bilaga	67
Brev till elever och vårdnadshavare	67

Förord

Denna licentiatuppsats är resultatet av ett arbete som påbörjades för snart fem år sedan. Jag känner en stor tacksamhet över att jag fick möjligheten att genomföra detta arbete, även om det i vissa stunder var kämpigt. Framför allt har det varit väldigt roligt och oerhört givande.

Jag vill börja med att tacka Utbildningsförvaltningen i Stockholm stad som har finansierat detta arbete. Mitt andra ”Tack” och på många sätt det viktigaste riktas till de lärare och elever som har medverkat i denna studie. Deras deltagande medförde att jag kunde analysera matematiken som skapas i kommunikationen. Det har varit en ynnest att som lärare få ta del av andras lektioner och på djupet undersöka vad som framkommer när vi kommunicerar.

Gällande det akademiska arbete som en licentiatutbildning innebär är det flera personer som jag vill rikta mig till. Först och främst är det till min huvudhandledare Lisa Björklund Boistrup. Jag kan inte sätta ord på hur mycket ditt visade intresse och din entusiasm för mitt arbete har betytt. Efter alla handledningstillfällen har jag alltid känt en enorm lust att fortsätta och ”ta tag” i allt (även om jag misstänker att jag inte alltid insåg vad det borde innebära). Även min bihandledare, Gudrun Brattström, har varit engagerad och jag har speciellt uppskattat ditt intresse för ett par specifika situationer i datamaterialet som gjorde mig övertygad om att det var intressant och viktigt även för andra.

Andra som bidrog med givande kommentarer och återkoppling som gjorde att jag kunnat arbeta vidare med denna uppsats är Margareta Eriksson och Lovisa Sumpter som var läsare på mitt 90 % -seminarium. Paul Andrews läsning och kommentarer av en tidigare version av Artikel 2 satte ord på vissa delar som jag fann problematiskt men inte kunnat uttrycka. Dessa läsningar var väldigt viktiga för det fortsatta arbetet.

Att ha haft möjligheten att ha en institution som MND som hemvist har varit tryggt. Här är det många som kan känna att de har bidragit till att jag har trivts så bra, men jag måste speciellt framhålla ett par personer. Anna Pansell, vad skulle jag göra utan trevliga fikastunder, tips på litteratur men inte minst all din hjälp med att skapa figurer. Den andra personen är Kicki Skoog. Det har betytt enormt mycket att få titta in till dig och dryfta stort som smått som har rört detta arbete. Du har alltid tagit dig tid och ställt frågor som bidragit till reflektion och ibland även insikt i vad som behöver tas

itu med. Att vi dessutom ses utanför dessa ramar, såsom exempelvis i dansen gör det hela ju ännu bättre.

Med anknytning till både institutionen och forskarskolan är mina kära kollegor Verner och Cissi värda att uppmärksamma. Verner, jag har alltid uppskattat att prata skrivande och allt annat som varit relevant för studien med dig och som det ser ut just nu så vinner jag tävlingen att hinna först (av oss vill säga). Cissi, vad skulle jag ha gjort utan dig?! Vad vi har diskuterat och ältat våra arbeten och mycket annat här i livet. En vän för livet helt enkelt!

På tal om vänner så hoppas jag att många känner sig träffade när jag säger att jag verkligen har uppskattat era glada tillrop och tro på att allt kommer att gå bra. Ett speciellt tack till de som mot slutet ställde upp för att läsa delar av texten på jakt efter stavfel och här vill jag framhålla Helena Lundström som fick nöjet att även tidigare i processen leta ”krångliga meningar”. Även till Karina Paulsson Gröndahl, som är en kollega men främst en vän att värna om skickas ett speciellt tack. Alltid härligt att prata undervisning, forskning och annat i livet med dig! Andra som varit positiva, ställt frågor och visat intresse (trots att mina svar varit svävande i tider av osäkerhet), vilket har betytt mycket, är mina föräldrar, bror och svägerska. När skrivandet varit motigt har jag lyssnat på min mammas råd: ”Stampa hårt i golvet, sjung en trudelutt, spotta i nävarna och ta tag i det”. Här är resultatet.

Lidingö augusti 2016

Introduktion

Varför en studie om matematiska argument

I denna introduktion berör jag kort några motiv till föreliggande studie om matematiska argument, vilka rekonstruerats från helklasslektioner i årskurs 3-5. Jag inleder med ett autentiskt exempel.

Ett exempel från skolans värld

Eleverna i klass 2b har påbörjat ett nytt arbetsområde, som behandlar area, där det vid ett tidigare tillfälle har framkommit att area visar hur stor yta som täcks och att en ruta på vissa papper kallas en kvadratcentimeter. Martin (fingerat namn) och hans kamrat har i uppgift att beräkna arean av olika figurer som de har fått på ett papper. De ritar av figuren på ett av sina rutade papper och fyller i strecken som markerar rutorna. När läraren kommer förbi frågar denne om de har kommit fram till vad arean är. ”Ja”, svarar Martin, samtidigt som han i en cirkelrörelse för pennan över figuren som är indelad i fyra kvadratcentimeter.

Vad är det egentligen eleven uttrycker och hur kan det förstås i termer av matematik? I egenskap av lärare har jag själv försökt tolka liknande situationer. Vid många tillfällen har jag sökt efter uttryck hos eleverna såsom ”eftersom...” och ”för att...” i jakt på resonemang, inte alltid säker på vad matematiska resonemang och argument egentligen innebär. Jag och mina kollegor har vid flertalet tillfällen suttit med elevarbeten (då mestadels i skriven form) och diskuterat ifall ett resonemang förekommer, om det finns några synliga belägg för det eleven påstår och om det är ett argument som förs fram. Ibland har vi varit oeniga om hur vi ska tolka det vi ser men även hur vi ska förstå resonemang och argument som begrepp, hur de kan komma till uttryck i klassrumssituationer samt även vilka uttrycksformer som är accepterade att använda.

Under de senaste åren innan jag påbörjade mina forskningsstudier växte ett behov fram av att bättre förstå vad som menas med att resonera och föra fram argument och vad det innebär i praktiken, något jag i mötet med andra lärare ser att jag delar med många och som exempelvis Sterners (2015) licentiatuppsats bekräftar.

Resonemang och argument i ramverk och forskning

Under senare år har alltmer uppmärksamhet riktats mot matematiska resonemang och vikten av att eleverna deltar i undervisningsaktiviteter där det möjliggörs, vilket bland annat är synligt i internationella ramverk såsom NCTM, (2000) och Niss & Jenssen, (2002) såväl som i svenska styrdokument, Lgr 11 (Skolverket, 2010a) och ”Kommentarmaterial till kunskapskraven i matematik del 2” (2010b). Enligt Nunes, Bryan, Barros och Sylvas (2012) longitudinella studie kan resonemang kopplas till elevers framtida prestationer i matematik.

Lärare förväntas stimulera elevers resonemang och skapa en praktik där resonemang möjliggörs, men begreppet matematiska resonemang kan uppfattas som svårt att beskriva enligt Sterner (2015) som i sin licentiatuppsats följer en grupp lärare när de arbetar med detta begrepp. Resonemang kan beskrivas som en ”basic skill” (Ball & Bass, 2003) men i litteraturen framkommer inte alltid hur begreppet ska förstås (Lithner, 2008) Trots att viss otydlighet kan förekomma gällande hur begreppet ska definieras så studeras det ofta i samband med problemlösning, där resonemanget leder till en slutsats på ett problem (t.ex. Francisco & Maher, 2005; Lithner, 2008; Mueller, Yankelewitz & Maher, 2011). Elever kan resonera för att nå en slutsats men även redogöra för sitt resonemang i en kommunikation (vilket betraktas som en tankeprocess eller en produkt därav, Lithner, 2008). I och med ett stort fokus på resonemang finns ett påtagligt intresse för att studera förklaringar och motiveringar som framkommer i diskussioner (Yackel, 2002; se också t.ex. Brodie, 2011; Conner Singletary, Smith, Wagner, & Francisco, 2014). Detta kan också ses i den koppling som görs mellan resonemang och argument och som är synlig i flertalet studier (t.ex. Larsson, 2015; Lithner, 2008; Muller, 2009; Weber, Maher, Powell & Lee, 2008).

Interaktiva former av kommunikation främjar framförandet av argument/resonemang (Brodie, 2011; Conner m.fl., 2014; Krummheuer, 1995; Mueller, 2009; Rasmussen & Stephan, 2008). Argument och/eller resonemang som framträder i kommunikation på par- eller gruppnivå har uppmärksammats (t.e.x. Lavy, 2006, Weber, Maher, Powell & Lee, 2008) såväl som under helklassdiskussioner (t.ex. Conner m.fl., 2014; Krummheuer, 1995, 2007; Rasmussen & Stephan, 2008). En problematik som uppmärksammats handlar om svårigheter att identifiera argument i en interaktion såsom helklassdiskussioner (Krummheuer, 1995).

Föreliggande studie har ett fokus på matematiska argument som skapas i kommunikationen under helklassdiskussioner och studiens resultat, främst i form av en detaljerat beskriven kategorisering av matematiska argument, är ett bidrag till forskningen inom det fältet genom att identifiera typer av argument som är funktionella och förmedlar matematiska aspekter utan att vara kopplade till ett specifikt ämnesinnehåll.

Resonemang och argument i svenska matematikklassrum

Matematikundervisningen i Sverige har generellt sett varit mer inriktad mot hantering av procedurer och mindre på resonemang och kommunikation (Bergqvist, Bergqvist, Boesen, Helenius, Lithner, Palm & Palmberg, 2010), även om skillnader mellan stadier förekommer, där exempelvis undervisningen på lågstadiet erbjuder fler möjligheter till aktiviteter där resonemang är en del jämfört med undervisningen på mellanstadiet (ibid). Denna bild av fokus på procedurer och mycket enskilt arbete från ganska tidig ålder har även fler rapporter vittnat om (Skolverket, 2003). Uppmärksamhet på detta har väckts och bland annat bidragit till ett omfattande arbete som vid tidpunkten då detta skrivs pågår på skolorna för att utveckla undervisningen där resonemang och kommunikation uppmärksammas.

Kommunikationen i klassrummet

Min nyfikenhet på kommunikationen i klassrummet är jag inte ensam om. I och med "the social turn" (Lerman, 2000) ökade intresset för att studera kommunikation och språk i interaktion som äger rum i matematikklassrummet och Forman (2003) lyfter "...mathematics learning occurs through a process of mathematical communication..." (s. 333).

Språk, muntligt eller skriftligt uttryckt är former för kommunikation, men på senare tid har även andra uttrycksformer fått större uppmärksamhet inom den matematikdidaktiska forskningen (t.ex. Boistrup, 2010, 2015; Morgan & Aishwaik, 2009, 2012; Radford, Schubring & Seeger, 2008). Syftet med att analysera kommunikationen, det som uttrycks, kan variera. Det kan vara som ett sätt att få tillgång till elevernas matematiska tänkande eller så kan kommunikationen i sig vara objektet för studien.

I denna uppsats är det kommunikationen som sådan som har studerats, utan att någon tolkning av individers tänkande skedde. Jag ansluter mig till dem som har en bred syn på kommunikation där flera uttrycksformer ingår och som betraktas som lika betydelsefulla för kommunikationen som talat och skrivet språk (t.ex. Bjuland, Cestari & Borgesen, 2008; O'Halloran, 2011).

I denna uppsats kommer jag att redogöra för hur jag rekonstruerade kommunicerade argument genom att använda mig av en modell för argument som är generell, såtillvida att den kan användas inom olika ämnesfält (Toulmin, 2003). Det betyder inte att argument som förs i ett matematikklassrum är av allmän karaktär. Det som har tolkats som ett argument av mig bygger på matematiken som förs fram. För att ett argument ska vara giltigt behöver det således bygga på matematiska grunder (Lithner, 2008). Några krav på strikt formalitet fanns dock inte i föreliggande studie.

Syfte och frågeställningar

Ett övergripande syfte med detta arbete är att analysera och beskriva kommunikationen i helklassdiskussioner och hur matematiken träder fram i form av argument. Ett snävare syfte med föreliggande studie är att undersöka och beskriva matematiska argument som en aspekt av klassrumskommunikation i matematik under helklassdiskussioner.

Forskningsfrågorna är

1. Hur visar eleverna resonemang i lärar-elevkommunikation när de presenterar sina lösningar inför klassen? (Artikel 1)
2. Vilka typer av argument kan identifieras i klassrumskommunikation i matematik? (Artikel 2)
3. Vad karakteriserar argumenten inom de olika typerna? (Artikel 2)

Uppsatsens struktur och språk

Jag har inlett denna uppsats med att beskriva hur mitt intresse för argument väcktes och varför det är viktigt att studera detta närmare. I nästkommande kapitel ges en kort bakgrund gällande kommunikation och språkanvändning men framför allt hur argument kan förstås och ska uppfattas i denna studie samt en del om hur det har studerats i forskningslitteraturen. På det följer kapitlet som behandlar det teoretiska ramverk som använts för denna studie. I kapitlet ”Metod och genomförande” är målet att ge en så tydlig bild som möjligt av studien gällande datainsamling samt hantering och analys av datamaterialet. De två artiklarna sammanfattas i följande kapitel och därefter följer ett diskussionskapitel. Avslutningsvis återfinns studiens Artikel 1 respektive Artikel 2 i sin helhet.

Kappan är skriven på svenska men språket i artiklarna är engelska. Vissa av de engelska ord som användes i artiklarna har jag valt att använda även i denna text, utan att översätta dem till svenska. Ett exempel på det är ordet *claim*, som är en beståndsdel i ett argument, vilket kommer att tydliggöras framöver. Ordet är starkt förknippat med den teoretiska modell som ligger till grund för studien och var viktigt under analysarbetet och för hur jag presenterar resultatet. Även vid de tillfällen då jag har diskuterat analysen med andra har det engelska ordet använts men då ”försvenskats”, något som jag behåller i denna text. Det betyder att ett specifikt *claim* i texten kan benämnas *claimet*. Det gäller även de andra orden som beskriver argumentets uppbyggnad. Även vissa andra ord på engelska som jag uppfattat varit av stor betydelse i den litteratur där jag funnit dem har jag valt att behålla för att inte någonting går förlorat i min översättning.

Bakgrund

I föreliggande studie undersöks kommunicerade argument under helklassdiskussioner, med en bred syn på användandet av resurser för att kommunicera. Jag inleder därför med en kort redogörelse för kommunikation, språk-användning och uttrycksformer och därefter berör jag i korthet forumet där argumenten skapas i just denna studie, helklassdiskussioner. Efter det går jag över till det som är i fokus i studien, det vill säga argument och de relaterade begreppen resonemang och argumentation. Den delen inleder jag med att tydliggöra begreppet argument genom att introducera modellen som utgör underlaget för hur argument uppfattas i studien och kort hur det kan förhålla sig till begreppen resonemang och argumentation. På det följer tidigare forskning som på olika sätt relaterar till argument. Som en avgränsning av läsningen har jag inte inkluderat studier som rapporterar om resonemang kopplat till specifika ämnesområden inom matematik, såsom "algebraic reasoning", "geometrical reasoning" etcetera. Jag valde att begränsa mig till studier som fokuserar på själva argumenten, resonemangen eller argumentationen. Vissa delar av detta kapitel överensstämmer i stor utsträckning med upplägget i Artikel 2, och även de studier det hänvisas till där. Jag har valt att ha med delarna på två ställen då jag upplever att artikeln ger ett väldigt begränsat utrymme och att det är viktigt för kappan som helhet.

Kommunikation och språk

Studier inom den matematikdidaktiska forskningen som intresserat sig för kommunikation är många och omfattningen beror på att det finns flera syften till att man vill studera kommunikation och givetvis även att det sker utifrån olika teorier och perspektiv. Då föreliggande studie är kopplad till funktionella aspekter av språk-användning i kommunikationen hålls ett fokus på det.

Under den senaste tiden har fler uttrycksmedel för kommunikation uppmärksammas inom den matematikdidaktiska forskningen, även om det verbala språket fortfarande privilegieras som det "viktigaste" (Morgan & Alshwaikh, 2012). I läsning av tidigare forskning har det blivit tydligt att innebörden av språk och kommunikation kan förstås på olika sätt och det i sin tur

får konsekvenser gällande vad som betraktas som datamaterial och hur datamaterialet analyseras, samt vad man hävdar i form av resultat och slutsatser.

Språkets betydelse för matematikdidaktisk forskning

I en översikt över det matematikdidaktiska fältet, med ett fokus på språk visar Morgan, Craig, Schuette och Wagner (2014) att innebörden av språk kan variera och att det inte alltid anges i studierna.

De såg en överensstämmelse med definitionen för språk (language) och hur det kunde förstås i de aktuella studierna. De sätt språk definierades på var synligt inom den matematikdidaktiska forskningslitteraturen. Språk inom matematikdidaktiska studier kan således innebära ett fokus på formen för kommunikation exempelvis muntligt eller skriftligt, där användning av ord sker på ett strukturerat och konventionellt sätt. Det kan även innebära kommunikation med icke-verbala metoder för uttryck, såväl som ett system av kommunikation som nyttjas av ett "community", samt skrift hos en viss profession eller grupp.

Sättet att kommunicera skiljer sig åt mellan olika praktiker. Skolmatematik där elever befinner sig är en praktik som skiljer sig åt från den praktik matematiker befinner sig i. Sättet att uttrycka sig inom skolmatematikens praktik skiljer sig också från en vardaglig praktik men Moschkovich (2003) lyfter vikten av att skilja på "mathematical ways of talking and formal ways of talking mathematically" (s. 330). Vid en analys av kommunikation är det viktigt att belysa de matematiska aspekterna (Morgan m.fl., 2014), vilket är av relevans för studier av matematiska argument i matematikklassrum.

Morgan m.fl. (2014) har identifierat fyra, breda, kategorier som visar vad uppmärksamhet på språk (inkluderat fler uttrycksformer) kan möjliggöra att studera. Detta har gjorts utifrån "approaches" till språk som erkänner att språken vi använder "construes the nature of our experience of the world" (s. 846) samt vår identitet, relationer och attityd.

- Analysing of the development of students' mathematical knowledge
- Understanding the shaping of mathematical activity
- Understanding processess of teaching and learning in relation to other social interactions
- Multilingual context

(Morgan m.fl., 2014, s. 846)

Bland matematiker är "making claims" att betrakta som en matematisk aktivitet och målet måste vara att skapa en undervisning där eleverna arbetar matematiskt och "formulating claims" (Ball, Lewis & Thames, 2008). Med ett intresse för skapandet av argument i matematikklassrum kan föreliggande studie inkluderas bland dem som hamnar inom fältet att förstå skapandet av

matematiska aktiviteter. Studier med ett intresse för att förstå skapandet av matematiska aktiviteter tenderar att fokusera på vad yttranden uppnår snarare än som medel för att få tillgång till inre tankar eller objektiv realitet (Morgan m.fl., 2014), vilket överensstämmer med denna studie. Denna studie är att betrakta som en analys av innehållet, en micro-analys av kommunikationen där det är språkanvändningen, själva yttranden som analyseras och tolkas som skapande av argument som i sin tur undersöks.

Uttrycksformer

Yttranden kan kommuniceras med olika uttrycksformer, där den verbala uttrycksformen är en av flera. Icke-verbala metoder för uttryck i kommunikationen kan vara i form av matematiska symboler, grafer och diagram samt i form av kroppsrörelser (Morgan m.fl., 2014). Gester är en typ av kroppsrörelse som har fått uppmärksamhet inom forskning med fokus på kommunikation, men utifrån olika perspektiv och med olika anspråk. Edwards (2009) beskriver att gester, tillsammans med talat språk och skrift, bilder och grafer utgör en förkroppsligad kognition och kan fungera som fönster till hur elever tänker och talar om matematik. "Instead, gestures constitute a particular modality of embodied cognition, and, along with oral speech, written inscriptions, drawings and graphing, it can serve as a window on how learners think and talk about mathematics." (s.128) (se även Arzarello, Paola, Robutti & Sabena, 2009; Radford, 2009, 2014). I nyss nämnda forskning riktas intresset mot olika uttrycksformer i termer av att det är en del av en individs tänkande, där tänkandet inte enbart sker inne i huvudet utan i och genom användandet av exempelvis tal, gester, symboler och redskap. Studier med annat perspektiv som intresserar sig för olika uttrycksformer, det socialsemiotiska perspektivet, analyserar inte resurserna som tecken på kognitiva processer eller tänkande hos individer utan intresset riktas mot hur användandet av resurserna kan förstås som funktionella i kommunikationen mellan individer (Boistrup, 2010; Morgan 2006; Morgan & Alshwaikh, 2009) vilket också analyserats inom annan ämnesdidaktisk forskning (t.ex. Jewitt, Kress, Ogborn & Tsatsarelis, 2001).

Att studera argument, resonemang eller argumentation med hänsyn till fler uttrycksformer än det verbala, utifrån olika perspektiv, har gjorts av flera inom fältet. Conner et al (2014) inkluderade bland annat gester när de analyserade hur lärares agerande kunde bidra till argumentationen i ett klassrum motsvarande årskurs 9. Gester var dock inte inkluderade som en uttrycksform i de identifierade argumenten.

Fler uttrycksformer kan ha en direkt inverkan på själva argumenten/resonemangen, det vill säga, utgöra en del av hur argumenten/resonemangen uttrycks. Meaney, (2007) uppmärksammade hur gester kunde vara en viktig komponent av och även stärka elevernas argument.

Gester i form av pekningar kan vara relaterade till olika resonemangsstrategier vid problemlösning (Bjuland, Cestari & Borgersen, 2008).

Hos yngre barn var användandet av konkret material en del i argumentationen när barn använde matematiska egenskaper då de tillsammans resonerade under lek utomhus (Sumpter & Hedefalk, 2015; se också Johansson, Lange, Meany, Riesbeck och Wernberg, 2014, för annan studie med yngre barn där fler uttrycksformer uppmärksammades).

Ovanstående forskning visar på vikten av att analysera kommunicerade argument genom att ta hänsyn till hur kommunikation äger rum och genom vilka uttrycksformer den kan ske.

Helklassdiskussioner – forum för skapande av argument

Det finns olika forum för kommunikation av argument inom matematikklassrum. Ett av dem är helklassdiskussioner.

Att få alla aktivt delaktiga i diskussioner, där man förklarar och motiverar, kan förstås som en del av önskvärda sociala normer (Yackel & Cobb, 1996; Hunter, 2014). Det kan handla om vem som talar, när, om man som elev förväntas redogöra för exempelvis en lösning eller om det räcker med ett kort svar. Klassrum som är ”inquiry-based” är gynnsamma för att utveckla en kultur där argumentation är en norm (Hunter, 2014). Att bli aktivt delaktig i en kommunikativ akt såsom helklassdiskussioner kan bero på fler faktorer än normer. Läraren har en stor betydelse för elevers delaktighet i diskussioner och vad som diskuteras (t.ex. Hunter, 2014; McCrone, 2005; Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008; Walshaw & Anthony, 200). Frågor och andra former av uppmaningar från lärarens sida, exempelvis olika former av feedback på elevers respons (Boistrup, 2010; Brodie, 2011) erbjuder diskussioner av olika karaktär. Brodie (2011) visar hur lärares användning av olika typer av uppföljningar (follow ups) på elevers bidrag i en interaktion får olika följder för elevernas fortsatta deltagande. Vissa av dessa uppföljningar ger större möjligheter för eleverna att bidra med förklaringar och motiveringar (se också Conner m.fl., 2014, för exempel på agerande av läraren och hur det påverkar argumenten i helklassdiskussioner).

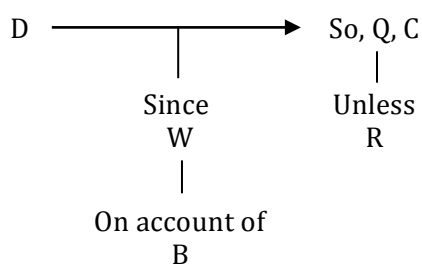
Det är uppenbart att det finns många olika aspekter som påverkar det som sker i ett forum som helklassdiskussion. Detta är i sig inte en del av denna studies analys, men kan ändå vara värt att uppmärksamma och tas i beaktande vid en diskussion av resultatet.

Argument

Mönster av ett argument – Toulmins modell

En existerande modell för argument presenterades av filosofen Toulmin 1958 i ”The uses of arguments”, som en reaktion på formell logik (Coffin & O’Halloran, 2008; Toulmin, 2003) (Toulmin 2003 är en uppdaterad upplaga av 1958). Modellen har kommit att användas, främst inom forskning om kommunikation för att rekonstruera argument, även om det inte var det ursprungliga syftet. Då modellen ligger som underlag för många studier, inklusive föreliggande, inleds denna del av bakgrunden med en presentation av det som har kommit att kallas Toulmins modell. Modellen utgör ett generellt mönster för ett argument i dess mest grundläggande form, bestående av sex element som fyller olika funktioner i en argumentation. Mönstret som Toulmin (2003) ger exempel på beskrivs som i en tänkt argumentation. Toulmin beskriver hur modellen kan användas för att rekonstruera argument inom skilda fält såsom matematik, juridik med mera. Det är på så vis en generell beskrivning av argument där det som är avgörande för vad som kan betraktas som ett giltigt argument är beroende av fältet det förs fram i (Toulmin, 2003).

Jag kommer här återge ett exempel från Toulmin (2003) för att under rubriken ”Teoretiskt ramverk” återkomma till hur det skulle kunna se ut i ett matematikklassrum och hur Toulmins modell förstås och används i studien. Vid presentationen av de sex elementen syns inom en parentes en bokstav som motsvarar elementet i modellen i Figur 1.



Figur 1: Toulmins ursprungliga modell (Toulmin, 2003)

Låt oss tänka oss att en individ påstår något, vilket betraktas som ett *claim*, ett av de sex elementen (C), ”Harry is a British subject”. Det påståendet baseras på det faktum att ”Harry was born in Bermuda” vilket är att betrakta som *data* (D), som *claimet* (C) är grundat på, det vill säga det stöd individen har som pekar mot det som påstås. *Data* (ett av elementen) svarar mot frågan ”Vad har du att gå på?”, vilket skulle kunna ställas av någon som ifrågasätter

claimet. Efter given *data* kanske den som ifrågasatte nöjer sig med svaret. Å andra sidan kanske denne inte är övertygad om att man kan dra påstådda slutsatser på visade grunder. I så fall måste den som påstår något visa på varför steget från given *data* till påstått *claim* är lämpligt. Denna funktion uppfyller *warrant*, (W), ett tredje element. *Warrant* svarar enligt Toulmin (2003) på frågan ”Hur vet du det?” Ett *warrant* fungerar som en bro mellan *data* och *claim*, funktionen är att auktorisera det steget. Toulmin beskriver *warrant* som ett generellt, hypotetiskt påstående. I detta fall skulle det kunna vara ” A man born in Bermuda will be a British subject”. Dessa tre element utgör skelettet av ett argument (ibid)

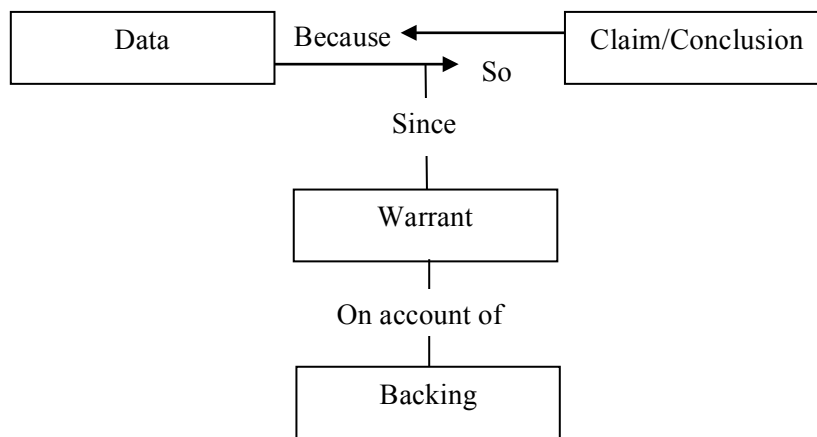
Det finns ytterligare ett element i ett argument som kan stärka argumentet genom att auktorisera *warrant*. Detta element benämns av Toulmin (2003) som *backing* (B), vilka kan uttryckas i form av fakta. I exemplet som återges skulle det kunna vara att det relaterar till juridiska handlingar, vilka han inte ger exempel på utan skriver ” The following statues and other legal provisions”.

Toulmins originalmodell innehåller ytterligare två element, *qualifier* och *rebuttal*. *Qualifier* (Q) kan indikera med vilken styrka *claim* gäller och *rebuttal* (R) under vilka omständigheter *claim* eventuellt inte gäller. Så som modellen beskrivs så är elementen funktionella i en argumentation, där de uttrycks efter ifrågasättande och liknande. Situationen kan förstås som att en individ försöker övertyga en annan om att det den påstår bör betraktas som giltigt.

I föreliggande studie identifierades argument utifrån en rekonstruktion med utgångspunkt i Toulmins modell, vilket kommer att tydliggöras längre fram under rubriken ”Teoretiskt ramverk”.

Användandet av Toulmins modell

Inom den matematikdidaktiska forskningen som undersöker argument är tveklöst Toulmins modell (Toulmin, 2003) vanligt förekommande, ibland i någon modifierad form. Många av studierna inom det matematikdidaktiska fältet relaterar till Krummheuer (1995) som introducerade den reducerade modellen inom fältet där fyra av de sex elementen används (Figur 2) (t.ex. Conner m.fl., 2014; Evens & Houssart, 2004; Knipping & Reid, 2015; Rasmussen & Stephan, 2008; Weber, Maher, Powell & Lee, 2008). Här framträder pilarna i båda riktningarna, vilket påvisar hur kommunikationen kan äga rum. Krummheuers (1995) introduktion av modellen visade på hur modellen kan användas i en interaktion där fler individer kan bidra till elementen (Yackel, 2002)



Figur 2: Toulmins reducerade modell

Faran av att enbart använda den reducerade modellen har lyfts av Inglis, Meija-Ramos och Simpson (2007) som betonar vikten av att inkludera alla element vid analys och de gör gällande att *qualifier* spelar en viktig roll i en argumentation. Det gäller främst för studier där argumenten mer liknar de som matematiker för. För att analysera argument på skolnivå framhävs att det räcker att använda de fyra elementen (Knipping & Reid, 2015; Krummheuer, 1995).

Användandet av modellen har uppmärksammats och problematiserats i form av utmaningar som kan finnas vid studier av dialogisk argumentation vilket Nielsen (2013) visar på i sin artikel som är inriktad mot användandet av modellen inom det naturvetenskapliga didaktiska fältet. Nielsen påpekar bland annat att Toulmins framställning i form av modellen ger en monologisk syn på argumentation och är kanske därmed inte lämplig att använda vid annan argumentation. Krummheuer (1995) uppmärksammar att modellen inte ska ses som en metod för att identifiera elementen ett argument i en konkret interaktion, det behöver göras med en relaterad analys av interaktionen. För att analysera kommunikation där Toulmins modell har haft en roll har exempelvis symbolisk interaktion använts som lins av Yackel (2002) och Rasmussen och Stephan (2008) och influenser av sociolingvistiska metoder har använts av Forman, Larraeameny-Joerns, Stein och Brown (1998).

Även svårigheter med identifiering och tolkning av elementen har uppmärksammats. En svårighet gäller att särskilja de olika elementen, främst warrant och data (Rasmussen & Stephan, 2008; Coffin & O'Halloran, 2008).

I interaktioner kan *warrant*, bron mellan *data* och *claim* ofta vara implicita (Toulmin, 2003; Krummheuer, 1995) och det är inte ovanligt att forskare tolkar implicita warrant på ett sätt som skulle kunna medföra en övertolkning (Coffin & O'Halloran, 2008). En övertolkning innebär att forskaren tolkar

något som aldrig var avsett från deltagarens sida (Coffin & O'Halloran, 2008).

Trots vissa påtalade svårigheter med modellen har den inom det matematikdidaktiska fältet använts eller inspirerat studier vilka uppvisar en bredd av skilda fokus, exempelvis för att dokumentera undervisning i klassrum (Yackel 2002, med ett fokus på lärarens agerande), för att analysera elevers skrivna argument (Evens & Houssart, 2004, se även Kosko, 2015 för analys av yngre elevers skrivna argument), vid analys av elevers "co-construction" (tydliggörs på s. 27) av argument (Mueller, 2009) samt för att identifiera typer av argument (Lavy, 2006; Witkowski Rumsey 2012). Modellen har även använts för att studera argument/argumentation på högre nivå i utbildningssystemet (exempelvis (Pedemonte, 2007; Inglis, Mejia-Ramos & Simpson, 2007).

Det är uppenbart att trots eventuella svårigheter och brister så anses modellen vara användbar. I föreliggande studie är det inte argumentationen som är i fokus utan de enskilda matematiska argumenten som skapas i en kommunikation. För att kunna identifiera argumenten utgår jag från en kommunikationsteori, ett multimodalt socialsemiotiskt perspektiv, vilket kommer att tydliggöras under rubriken "Teoretiskt ramverk". Där framkommer hur tolkandet av yttrande i kommunikationen kan ses som element eller del av element i ett argument. Exempel på hur tolkningen av yttrande har skett kommer att presenteras under rubriken "Att tolka ett yttrande" i kapitlet "Analysmetod".

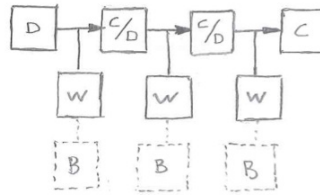
Argument, resonemang och argumentation

Argument och *resonemang* samt *argumentation* är begrepp som inte alltid definieras i litteraturen och som kan beskrivas och uppfattas på lite olika sätt beroende på fokus och/eller det perspektiv som används i studierna.

Utifrån Toulmins modell redogörs här för hur resonemang och argumentation kan beskrivas i forskningslitteratur samt alternativa sätt beskriva argument och resonemang. Modellerna som presenteras nedan uppkom utifrån hur jag uppfattar att begreppen beskrivs och används inom forskningen och för att betona deras tentativa karaktär väljer jag därför att illustrera dem i form av skisser gjorda av mig. Figur 4 har jag sett i enstaka artiklar (exempelvis Lavy, 2006) men övriga har jag inte stött på i min läsning. Figurerna ska inte ses som en översikt över alla beskrivningar eller definitioner, utan som ett stöd för min beskrivning av hur jag uppfattar detta fält och hur studiens resultat kan förstås i relation till detta. Skisserna ska ses som förenkling av vad som kan vara komplexa situationer i realiteten.

Förutom att ett argument kan ses i dess minsta form bestående av minst tre eller fyra och av de sex elementen (den reducerade modellen, Figur 2) kan det också ses som en *sammanlänkad kedja* där ett *claim* får rollen som *data* till ett följande *claim* (Toulmin m.fl., 1979), (Figur 3). Steget mellan

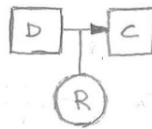
data och *claim*, stöds av ett *warrant* och eventuellt *backing*. Som tidigare nämnts kan *warrants* ofta vara implicita, så alla *warrants* uttrycks kanske inte alltid i en sådan kedja.



Figur 3: Argument som en sammanlänkad kedja

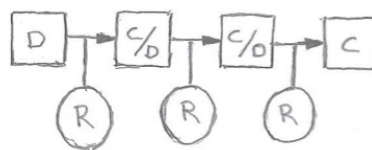
Dessa sammanlänkande påståenden kan även ta formen av ett större sammanhängande nät. Argument (Figur 1 eller 2) som utgör delar av en större sammanhängande helhet kan betraktas som distinkta, "local argument" Knippin och Reid (2015) eller "subargument" (Conner m.fl., 2014). Sammanhängande argument i nyss nämnda studier består av argument än mer komplexa än den kedja som Figur 3 visar.

Reasoning beskrivs av Toulmin, Rieke och Janik (1979) som aktiviteten att presentera "reasons" som stöd för ett *claim*, som för att visa hur "reasons" lyckas stärka *claim* (Figur 4). *Reasoning* skulle här anses motsvara framförandet av *warrant*, samt eventuellt *backing* i den reducerade modellen (Figur 2)



Figur 4: Reasoning som en del i ett argument

Ett argument i form av en sammanlänkad kedja (Figur 5) där ett *claim* får rollen som *data* till ett följande *claim* beskrivs av Toulmin m.fl. (1979) som *train of reasoning* (Figur 5).



Figur 5: Train of reasoning

Ett annat sätt att relatera *reasoning* och argument till varandra är genom att beskriva *reasoning* som att föra fram argument, för andra eller för en själv, för att nå en slutsats (Mueller, 2009). *Reasoning* beskrivs här som *en kedja av argument*, vilket illustreras i Figur 6.



Figur 6: *Kedja av argument*

Reasoning studeras ofta i anslutning till problemlösning, hur man når fram till en lösning på ett problem (Francisco & Maher, 2005; Lithner, 2008; Mueller, 2009). Enligt Lithner (2008) kan man se resonemang som en sekvens av argument för att lösa ett problem som börjar med en uppgift och avslutas med ett svar i form av den slutgiltiga slutsatsen. Här handlar det om hur man resonerar sig fram till svaret på ett problem/en uppgift, vilket kan ses som en tankeprocess, men även som en produkt av denna process (Lithner, 2008). Resonerandet sker genom att individen för fram "reasons" som leder till en slutsats. Dessa "reasons" kan vara i form av ett argument, som är matematiskt förankrat. Det skulle kunna beskrivas i termer motsvarande av Figur 6. Detta kan även beskrivas som *sequence of reasoning* (Lithner, 2008), vilket kan uppfattas likna Figur 5, *train of reasoning*.

Att resonera betraktas inte bara som en akt av en enskild individ utan kan även ske av fler individer som samarbetar (Mueller, 2009). Rasmussen och Stephan, 2008 beskriver hur man kan se att "normativa" sätt att resonera utvecklas när elever i en klass löser problem. Även Sumpter och Hedenfalk (2015) tittar på resonemang som en kollektiv process, där de studerar den produktiva aspekten av resonemang, ett resultat av en social interaktion (under fri lek på förskolan).

Framförandet av argument är även kopplat till begreppet argumentation. Argumentation kan beskrivas som en process där produkten av en argumentation är ett argument, såväl som en process där argument förs fram (Conner & O'Halloran, 2008; Krummheuer, 1995). Ett formellt matematiskt bevis är ofta slutresultatet av en argumentation (Yackel & Hanna, 2003) vilket skulle motsvara den första beskrivningen av argumentation. Vid läsning av litteratur för argumentation inom skolmatematik verkar den senare beskrivningen vara mest förekommande. Här är det inte slutprodukten i form av ett argument (i formella termer) som är av intresse utan processen där argument förs fram.

Argumentation kan ses som en social process där någon (en eller flera) försöker övertyga någon annan (en eller flera) om en ståndpunkt. Argumen-

tation kan även beskrivas som dialogisk, kollaborativ och konsensusbildande (Coffin & O'Halloran, 2009), där fokus inte är att övertyga någon utan att tillsammans nå en slutsats eller motivera ett påstående (t.ex. Krummheur, 1995, 2007; Mueller, Yankelewitz & Maher, 2011; Rasmussen och Stephan, 2008). Toulmin m.fl. (1979) beskriver argumentation som en aktivitet där, förutom att framföra beståndsdelarna (elementen) av ett argument, även ifrågasättandet av påståenden, kritik av motiveringarna med mera ingår.

Argumentation kan således ses som en större aktivitet där agerande som påverkar de framförda argumenten ingår och med ett fokus på att övertyga, eller tillsammans nå en lösning eller stärka ett påstående. I en argumentation kan resonemanget framträda.

Oavsett om det finns ett fokus på resonemang eller argumentation i studier av kommunikation är det tydlig att argument har en betydande roll. Utifrån läsning av litteraturen behöver den rollen dock inte vara framträdande. Föreliggande studie har ett intresse av argument som sådana, oavsett syftet till varför de skapas, om det är för att övertyga någon eller för att tillsammans lösa ett problem. Ett argument ska i denna studie förstås som ett underbyggt *claim*, motsvarande Figur 2 och detta argument kan beskrivas som ett enkelt argument. Benämningen ”enkla argument” ska förstås som argument uttryckt i dess grundläggande form (bestående av *claim*, *data*, *warrant* och eventuellt *backing*). Här vill jag poängtera att det är formen av argumentet det handlar om och inte innehållet i argumentet. Det är varje enskilt argument som förs fram som är av intresse, inte ett avslutande argument som en slutprodukt. Vid de tillfällen i föreliggande studie som argument länkas samman såsom i Figur 3 kommer jag att betrakta varje separat del som ett argument, motsvarande Figur 2.

Tidigare forskning om argument/resonemang

Argument studeras i litteraturen som förekommande i ett brett spektrum av aktiviteter och sammanhang. Studier kan även ha olika fokus och utgå från olika perspektiv vilket resulterar i en omfattande mängd litteratur. Här presenteras en liten del av all den forskning som bedrivits för att visa exempel på vad som har gjorts. Utifrån mitt intresse för uttryckta/kommunicerade argument är studier där argument är i fokus självklara, men utifrån den tydliga relationen mellan argument, resonemang och argumentation inkluderas även studier med ett uttalat fokus på resonemang och/eller argumentation, även där begreppet argument som sådant inte förekommer i studierna.

Med tanke på att studien genomförs i lägre åldrar har jag som utgångspunkt främst, och i möjligaste mån, fokuserat på studier som genomförts inom motsvarande skolålder.

Argument kopplat till enskilda individer

Att resonera betraktas inom det matematikdidaktiska fältet ofta som en tankeprocess hos en individ. Då en tankeprocess i sig inte kan studeras ses framförda argument eller "reasons" som produkten av denna process (Lithner, 2008). Denna tankeprocess studeras ofta som hur individer når ett svar/en slutsats på ett problem/en uppgift. Ett sätt att studera på vilket sätt det sker är att beskriva det genom användandet av imitativa respektive kreativa resonemang (Lithner, 2008). Mycket enkelt förklarar så är det ett imitativt resonemang då eleven använder sig av tidigare kända metoder för att nå en lösning, medan ett kreativt resonemang kräver en metod som är grundad i matematiken, som är ny och som är rimlig (Lithner, 2008). Lithner har utarbetat ett analytiskt ramverk där de olika typerna tydliggörs och exemplifieras och detta ramverk har använts vid studier av individers resonemang som genomförts på en högre nivå än grundskolan, men även bland barn i förskolan där enskilda individers resonemang har identifierats (se Sumpter, 2014).

En individs uttryckta argument beskrivs och studeras ibland som ett tecken på ett "mastery" av en individs förmåga att resonera, som en del av en matematisk kompetens/förmåga. Att resonera, i betydelsen av kompetens/förmåga, är något som uppmärksammas i de internationella ramverken (NCTM, 2000; Niss och Jensen, 2002) såväl som i internationella tester, exempelvis PISA (OECD, 2016) (som använder begreppet "capability") där kriterier för denna kompetens/förmåga bland annat är att föra fram argument. Säfström (2013) skriver hur begreppet "mastery" av en kompetens kan vara problematiskt då det ger intryck av att man antingen har det eller inte. Ett alternativt begrepp enligt henne skulle vara "exercise", som då skulle motsvara utövande av en kompetens, exempelvis i form av resonemang, där man till exempel argumenterar för en slutsats eller en metod. Detta uppmärksammas även i PISAs (OECD, 2016) ramverk där man betonar att en "mathematical literacy", där förmågan att resonera matematiskt är en komponent, inte ska förstås som något man har eller inte, utan någonting som kan växa. Förmågan att resonera ska således inte förstås som något statiskt.

Meaney (2007) analyserade yngre barns argument och om de kan användas för att bedöma elevernas "mathematical literacy". Eleverna, som var i de yngre åldrarna, fick arbeta med uppgifter gällande mätning där elevernas respons studerades. Hon såg hur argumenten eleverna förde kan vara en effekt av hur en uppgift kontextualiseras, utifrån vilken metod som eleven uppfattar är lämplig för att använda för att lösa uppgiften.

En studie som inte direkt fokuserar på elevers uttryckta argument genomfördes av Staples, Bartlo och Thanheisers (2012) som undersökte vilket syfte "justification" hade i undervisningen enligt de lärare som deltog i studien. De lärare som deltog undervisade klasser i matematik motsvarande åk 6-9 svensk skola. I intervjuer uttryckte lärarna att "justification" spelade en vik-

tig roll där eleverna fick visa sin förståelse och möjlighet för läraren att notera elevernas lärande i förhållande till lärandemål.

Sammanfattningsvis kan man säga att uttryckta argument kan användas för att kunna säga något om individens förmåga att resonera.

Argument i en social process

Även om argument kan föras av den enskilde individen, exempelvis för att övertyga sig själv, så uppkommer de också ofta där fler personer är inblandade och de sociala aspekterna i en sådan situation är en del av hur kommunikationen utvecklas. Olika faktorer påverkar vad som möjliggörs i deltagande och på så vis det som skapas. Att elever ifrågasätter varandras idéer och slutsatser främjar matematiska argument vid problemlösning och Francisco och Maher (2005) påvisar hur detta sker när eleverna ges rätt förutsättningar. Ifrågasättande av andras påståenden kan förstås som en del i argumentationen (Toulmin m.fl., 1979). Coffin och O'Halloran (2008) lyfter fram trender inom "educational argumentation" och visar på att det riktas uppmärksamhet mot "...the dialogic dimensionen of argumentation, and the coming together of argumentation, problem solving and collaborative learning" (s.220). Coffin och O'Hallorans litteraturöversikt är inriktad på argumentation inom fler utbildningsfält än det matematikdidaktiska men det de beskriver visar sig även inom detta fält. Krummheuer (1995, 2007) lyfter exempelvis den interaktionella aspekten och att argumentationen är dialogisk och ej monologisk där fler individer är delaktiga i processen i skapandet av argument (se även Conner m.fl., 2014; Mueller, 2009).

Det är inte alltså inte enbart genom att utmana och ifrågasätta varandras påståenden som interaktionen kan anses vara gynnsam och påverka de argument som framträder. Mueller (2009) lyfter även att eleverna kan bygga vidare på varandras argument, vilket kan leda till mer förfinade argument. Mueller, Yankelewitz och Maher (2012) identifierade tre typer av "collaboration" av argument när eleverna var engagerade i problemlösning. Det var: "co-construction", "integration" och "modification". "Co-construction" innebär att eleverna i dialog bygger ett argument från grunden. "Integration" är när en elev stärker sitt argument genom att använda sig av argument från sina kamrater. Kamraternas idéer och förklarningar assimileras till deras ursprungliga påstående. "Modification" äger rum när en elev uppfattar ett argument, uttryckt av en klasskamrat, som oklart eller felaktigt och därför försöker tillrättavisa eller hjälpa sin klasskamrat. Även lärare kan vara delaktiga i processen att resonera eller föra fram argument. Det kan ske genom olika typer av stöd, exempelvis genom frågeställningar till eleverna eller uppföljning av elevers bidrag (Conner m.fl., 2014), vilket kan motsvara när lärare använder olika typer av "follow up" i syfte att elever ska tydliggöra sitt tänkande (Brodie, 2011). Lärare kan även bidra med ett eget argument, eller uttrycka något som motsvarar något av elementen i ett argument, så

kallad "direct contribution" (Conner m.fl., 2014). Läraren har även en viktig roll när det gäller exempelvis val av och design av uppgifter och hur de behandlas i undervisningen (Fransisco & Maher, 2005; Larsson, 2015; Stein m.fl., 2008) exempelvis under helklassdiskussioner, vilket medför olika möjligheter till argumentation.

Sammanfattningsvis kan man säga att en bild framträder där många faktorer kan påverka de argument som blir synliga i en interaktion.

Typer av argument

Bevis är en form av argument, som är formellt logiska och som karaktäriseras av användandet av formell notation, syntax med mera (Yackel & Hanna, 2003). Det är viktigt att skilja mellan de formella och rigorösa bevis som en matematiker lägger fram och de motiveringar som används inom skolmatematiken (Fransisco and Maher, 2005), även om man inom skolmatematik bland yngre elever kan se argument framföras som anses motsvara ett bevis (Fransisco & Maher, 2005) om de uppfyller vissa kriterier (Syliandides, 2007). Syliandides (2007) har kategoriserat argument utifrån deras matematiska "sophistication" där bevis är den högsta nivån.

Toulmin (2003) skiljer mellan två typer av argument, "analytical" och "substantial" argument, vilket även uppmärksammats av Krummheuer (1995). "Analytical argument" är formellt logiska argument, vilket är mer kopplat till bevisföring (Krummheuer, 1995). Dessa argument skiljer sig från "substantial argument" som inte behöver stödjas formellt och som Toulmins modell (Figur 1) motsvarar. Genom att Toulmin introducerade substantiella argument som en typ av argument ges möjlighet att även inkludera icke-analytiska argument som undersökningsobjekt (Coffin & O'Halloran, 2008; Nielsen, 2013). Toulmin (2003) lyfter att det är fältet där argumentet förs fram som avgör ett arguments giltighet, och utifrån det krävs att argumenten i en klassrumssituation har en giltighet på en matematisk grund, men på den nivå där argumentet förs fram, vilket skulle kunna relatera till Lithners (2008) beskrivning av "anchoring", att ett matematiskt argument måste vara förankrat på vissa matematiska grunder. (Detta beskrivs närmare under "Teoretiskt ramverk").

Vid kategorisering och analys av argument i forskningslitteraturen uppmärksammas olika aspekter hos de aktuella argumenten vilket framkommer i resultatet och beskrivningarna av argumenten. Uppmärksamhet kan exempelvis riktas mot vad argumenten utgörs av och om ifrågasättande är en del i en argumentation (t.e.x. Witkowski Rumsey, 2012), eller så kan exempelvis grad av generalitet och komplexitet i data och resonemang i argument uppmärksammas, som i Lavy (2006), men även om argument används för att stödja, kontrollera eller utmana i ett resonemang bland föreskolabarn som leker (Sumpter & Hedenfalk, 2015). Kategorisering av vad argument utgör har Witkowski Rumsey (2012) genomfört när hon har identifierat argument i

situationer där främjandet av matematisk argumentation är en del av undervisningen i en åk 4. I hennes kategorisering av de aktuella argumenten ingår om det är en eller flera personer som är involverade, om ett ifrågasättande har bidragit samt antalet *claim*. Den vanligaste typen av de sex identifierade typerna var ”single argument”, vilket innebar en student och ett *claim*. Denna kategorisering ger ingen information om själva innehållet i argumenten. De för studien aktuella argumenten identifierades även utifrån argumentets *claim*, vilket resulterade i två typer av *claim*: ”Classification or Definition Claim” och ”Property of an Operation Claim”. Studien genomfördes inom ett specifikt matematiskt ämnesområde, nämligen aritmetiska egenskaper. I samma studie undersöktes även ”justification”, i de fall de förekom i argumenten och resulterade i en mängd kategorier, allt från exempel med numeriska beräkningar av låga respektive höga tal till ”justification” genom att använda ett tidigare etablerat *claim* såväl som genom att hänvisa till auktoritet. Dessa kategorier indikerar vad ”justification” utgjordes av. Studien bygger på en modifierad modell av Toulmins modell och Witkowski Rumsey belyser hur empiriska argument i en klassrumssituation inte alltid överensstämmer med Toulmins (2003) mer teoretiska modellen utan att ”justification” kan ske i form av givna exempel.

Till skillnad från ovanstående kategorisering utgör typerna av argument som Lavy (2006) identifierade argumenten som helheter, även om elementen i dem analyserades. De olika typerna kan jämföras med varandra utifrån hur pass generella och komplexa de är. Beskrivningarna av argumenten kan ses som en utveckling av tidigare argument från den enklaste till den mer komplexa, där det enklaste var ”basic argument” och det mest avancerade ”generalized arguments presented as specific ”och där de enklare argumenten utgör en del de mer avancerade.

Sammantaget kan man se att det inom den matematikdidaktiska forskningen finns många studier som på olika sätt relaterar till argument men i litteraturen har jag inte kunnat identifiera många som är inriktade på de yngre skolåldrarna som har ett fokus på att karaktärisera själva argumenten.

Teoretiskt ramverk

I detta kapitel beskrivs det analytiska ramverket som använts för att undersöka argument som kommuniceras i helklassdiskussioner. Jag har utgått från den tidigare presenterade modellen framarbetad av Toulmin (2003) i syfte att analysera kommunicerade argument. Vid rekonstruktion av argumenten i kommunikationen användes den reducerade modellen (Krummeheuer, 1995) bestående av: *claim*, *data warrant* och *backing* och detta kommer att redogöras för här. Ytterligare ett viktigt begrepp som kommer tydliggöras är *anchoring*, som påvisar hur argumentet är matematiskt förankrat.

Här förtydligas också hur jag ser på kommunikation. I studien användes ett *multimodalt socialsemiotiskt perspektiv* och därmed betraktas kommunikation och representation som en social process av teckenskapande som sker på fler sätt än med talat eller skrivet språk. Hur centrala begrepp inom multimodal socialsemiotisk teori såsom *tecken*, *teckenskapande*, *representation*, *kommunikation*, *semiotiska resurser* och *multimodalitet* förstås i denna uppsats kommer även det att förklaras närmare i detta kapitel.

De teoretiska övervägandena har en påverkan på hur jag motiverar min metod för datainsamling, hur analysen genomförs och därmed också hur mitt resultat kan förstås.

Toulmins argumentationsmodell

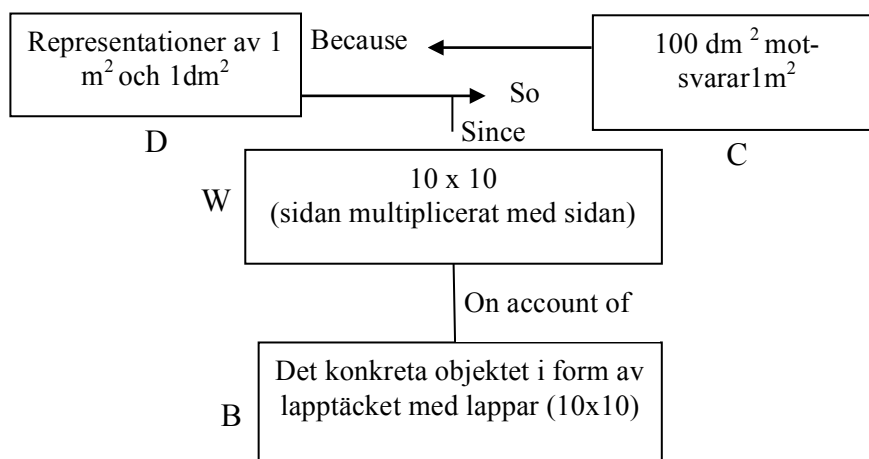
Modellen har presenterats i bakgrundsdelen och här relaterar jag kortfattat modellens element till kontexten för föreliggande studie. Låt oss anta en klassrumsdiskussion där klassen är i ett inledande arbete inom area där läraren introducerat begreppen m^2 och dm^2 . Dessa finns representerade i form av konkreta objekt som läraren kan hålla upp framför klassen. Läraren pratar om hur de förhåller sig till varandra och frågar hur många kvadratdecimetrar det ryms i en kvadratmeter och hur man kan veta det utan att räkna dem (Kvadratmetern är i form av ett lapptäcke där varje lapp är en dm^2). Flera elever påstår att det är 100. Detta påstående motsvarar ett *claim*. Här hävdas att en kvadratmeter motsvarar hundra kvadratdecimetrar.

Data som *claimet* baseras på består i det här fallet av de konkreta representationerna av kvadratmeter och kvadratdecimeter och svarar alltså mot frågan ”Vad har du att gå på?” Toulmin (2003).

Warrant, som fyller funktionen att auktorisera steget mellan *data* och *claim* svarar på frågan ”Hur vet du det?”, fungerar som en bro mellan de två andra elementen (Toulmin, 2003). För detta exempel framkommer det när en elev säger ”För tio gånger tio” samtidigt som han pekar mot sidorna på kvadratmetern. I föreliggande studie är kraven på generalitet hos *warrant* låga så tillvida att *warrant* inte behöver uttryckas i generella eller hypotetiska termer utan det kan vara specifikt uttryckt för det aktuella argumentet. På så vis skiljer sig argumenten i denna studie från argumenten enligt Toulmin (2003) (se även Witkowski Rumsey, 2012, som identifierar konkreta exempel som ”justification” i en modifierad modell). Elevens uttryck kan tolkas i mer generella termer och då uttrycka det som att multiplicerar man antalet rutor som sidorna består av ges det totala antalet rutor.

Enligt Toulmin (2003) framförs *warrant* efter ett ifrågasättande i en argumentation. Detta är en teoretisk bild av de funktionella aspekterna de olika elementen har. I denna studie kan ett *warrant* uttryckas utan att ett ifrågasättande har skett i en pågående kommunikativ akt. Att skilja på *data* och *warrant* är inte alltid enkelt eller självklart (Coffin & O’Halloran, 2008; Rasmussen & Stephan, 2008) så den kontextuella aspekten är av stor vikt. Vad som anses vara *data* och *warrant* är kontextuellt och situationsbundet.

Det finns ytterligare ett element i ett argument, som kan stärka argumentet genom att auktorisera *warrant*. Detta element benämns av Toulmin (2003) som *backing*. I matematikklassrum på låg- och mellanstadienivå är det vanligt att *backing* inte kan rekonstrueras (Krummheuer, 2015). I det givna exemplet skulle dock *backing* kunna uttolkas i den konkreta representationen där det tydligt framkommer tio rader med tio rutor i varje, vilket auktoriserar *warrant*. I Figur 7 är det beskrivna argumentet sammanfattat i Toulmins modell.



Figur 7: Exempel på ett argument i den reducerade modellen

De tre beståndsdelarna/elementen, *claim*, *data* och *warrant* utgör skelettet eller kärnan av ett argument (Krummheuer, 1995; Toulmin, 2003) och för att yttranden ska anses bilda ett argument i denna studie krävdes att dessa tre kunde identifieras.

I Artikel 1 och Artikel 2 framkommer ytterligare exempel på hur modellen har använts för att analysera kommunikationen genom att identifiera yttranden, som motsvarar de funktionella elementen, och därmed rekonstruera argument. I Artikel 1 användes modellen för att rekonstruera argument som fördes fram vid presentation av en lösning med fokus på användandet av semiotiska resurser. I Artikel 2 användes modellen för att rekonstruera argument och för att genomföra en analys av argument i ett större datamaterial för att kategorisera typer av argument utifrån tolkning av elementen, med speciellt fokus på *claim*.

Matematiska argument

Vad som avgör ett arguments giltighet beror på fältet det framförs i (Toulmin, 2003). I föreliggande studie handlar det om argument som uttrycks i helklassdiskussioner i matematikklassrum årskurs 3-5. Elementen i ett argument fyller som tidigare beskrivits olika funktioner där *warrant* ger auktoritet till steget mellan *data* och *claim*. Detta behöver ske på matema-

tiska grunder och för att försäkra mig om att så är fallet i föreliggande studie lutar jag mig mot Lithner (2008) som introducerade begreppet *anchoring*:

”...which refers not to the logical coherence of the warrant but to its fastening in data in relevant mathematical properties of the *components* one is reasoning about: objects, transformations, and concepts. The *object* is the fundamental entity, the ‘thing’ that one is doing something with, e.g. numbers, variables, functions, diagrams, etc. A *transformation* is what is being done to an object, and the outcome is another object. A sequence of transformations, e.g. finding polynomial maxima, is a *procedure*. A *concept* is a central mathematical idea built on a set of objects, transformations, and their properties...” (s.261)

Hur argumenten i studien är förankrade exemplifieras främst i Artikel 2 men går att uttolka i Artikel 1 även om begreppet förankring inte användes vid det tillfället, samt även nedan under rubriken ”Att tolkat yttrande”.

Multimodal socialsemiotik

Vid undersökningar av kommunikation kan man i den analytiska processen ha fokus på det som uttrycks såväl som på underliggande idéer, uppfattningar eller ideologier såsom bakomliggande faktorer till det uttryckta (Braun och Clarke, 2006). De beskriver det som ”semantic” respektive ”latent” angreppssätt. Min studie placeras i det semantiska facket, då någon analys av bakomliggande orsaker till den kommunikation som beskrivs inte har gjorts utan jag beskriver och tolkar innebörden av det uttryckta.

Multimodalitet

För att kunna beskriva och tolka vad som äger rum i kommunikationen och hur matematik uttrycks i form av argument under diskussionerna utgick jag från en teori om kommunikation, den socialsemiotiska teorin. Då jag har ett intresse för fler uttrycksformer än det verbala uttrycket lutar jag mig mot forskning inom socialsemiotik med ett multimodalt perspektiv som stöd för analyserna (t.ex. Hodge & Kress, 1988; Kress, 2010; Kress & Van Leuween, 2001; Van Leuween, 2005). Socialsemiotik har ett ursprung i lingvistik där språket står i fokus som uttrycksmedel. Begreppet *multimodalitet* uppmärksammar att kommunikation består av flera olika kommunikativa resurser, så kallade *semiotiska resurser*. Det kan exempelvis handla om bild, talat språk, gester, skriftspråk, kroppsspråk, användning av symboler med mera. Då jag ansluter mig till multimodal socialsemiotisk forskning innebär det att där begreppet språk, som ett medel för kommunikation, används inom socialsemiotik ser jag ”språk” i en bredare betydelse där fler semiotiska resurser kan ha samma funktion som det talade språket i sig. Där jag fortsättningsvis

använder begreppet språk, innebär det i förståelsen av användandet av flera semiotiska resurser.

En viktig startpunkt för ett socialsemiotiskt perspektiv är att användningen av språk är funktionell inom kontexterna (Morgan, 2006). Inom multimodal socialsemiotik studerar man hur individer skapar tecken, som en representation för att kommunicera i ett socialt sammanhang. Här framkommer två väsentliga aspekter inom teorin. Den ena lyfter de sociala aspekterna av representation som teckenskapande aktivitet, vilket utvecklas nedan. Kontexten skapar de resurser som finns tillgängliga för meningsskapande (Jewitt, 2014). Den andra aspekten, som redan uppmärksammats, handlar om en bred syn på kommunikation, som inkluderar såväl bild, gester, kroppsspråk, talat språk, skriftspråk med mera.

Tecken och teckenskapare

Ett centralt begrepp inom semiotisk teori är *tecken* och i denna teori är ett tecken en fusion av uttrycksform (signifier) och mening (what is signified) (Kress, 2010). Med hjälp av olika tecken kommunicerar vi med andra människor. Inom det socialsemiotiska perspektivet utgår man från att relationen mellan form och innehåll är motiverad (Kress, 2010). En individ använder sig inte av vilka tecken som helst utan skapar tecken där relationen mellan form och innehåll är motiverad utifrån individens intresse i situationen och i förhållande till övriga deltagare.

Kress (2010) beskriver hur teckenskaparen använder de former som är lämpliga för att uttrycka mening utifrån de resurser som finns tillgängliga. Inom socialsemiotiken fokuserar man således på skapandet av tecken jämfört med andra semiotiska teorier som kan fokusera på hur tecken används och vad de kan anses stå för. Mening är enligt socialsemiotik inte något som är färdigt att använda utan skapas genom tecknen i situationen.

När individer använder semiotiska resurser för att skapa tecken *yttrar* de någonting.

Representation och kommunikation

Representation och kommunikation betraktas som sociala processer av *teckenskapande* (Kress, 2010). I processen av teckenskapande sker en *representation* utifrån individens, teckenskaparens, intresse för stunden – ”the meaning that I wish to realize, to make material” (Kress, 2010, s.71). Kress skriver vidare hur det skapade tecknet behöver vara skapat för de personer som teckenskaparen har i åtanke vid skapandet av tecknet. I teckenskapandet kan flera semiotiska resurser användas. (Kress, 2010). *Kommunikation* fokuserar på det antagna intresset av mottagaren/mottagarna av tecknet. I en kommunikation behöver teckenskaparen ta hänsyn till hur övriga deltagare ska kunna förstå/uppfatta det denne vill förmedla (Kress, 2010) Alla tecken kan

således förstås som gjorda med två perspektiv och intressen: individens, teckenskaparens, och som kommunikation. En individ behöver skapa ett tecken i relation till dem som det är avsett för och till vilken effekt det kan få.

I ett multimodalt socialemiotiskt perspektiv anses alla semiotiska resurser ha lika stor möjlighet att bidra till ett meningsskapande (Jewitt, 2014). Detta skiljer sig från uppfattningen att det verbala språket alltid spelar den centrala rollen, även om det ofta gör det.

I föreliggande studie kan en eller flera representationer tolkas som ett *uttryck* för någonting.

Genom att jag använde mig av ett multimodalt socialemiotiskt perspektiv kunde jag detaljerat beskriva, analysera och tolka hur argumenten skapades multimodalt i kommunikationen under helklassdiskussioner. Under rekonstruktionen av argument har jag identifierat representationer som deltagarna skapat, som uttryck, och därefter tolkat vilken funktion representationerna, uttrycken eventuellt har i ett argument utifrån elementen i Toulmins modell (Toulmin, 2003).

Metod och genomförande

Med syftet att beskriva och analysera argument kommunicerade under helklassdiskussioner användes kvalitativa metoder.

I detta kapitel beskrivs och motiveras de val som gjordes gällande datainsamling, bearbetning av data samt analys av data. Med detta vill jag ge en tydlig bild av genomförandet så att forskningsprocessen blir så transparent som möjligt. Vissa aspekter av det metodologiska arbetet är beskrivna i de två olika artiklarna, men då dessa är begränsade i omfattning kommer jag att förtydliga vissa delar här för att ge läsaren en tydligare uppfattning om mitt arbete. Ibland kommer jag dock att hänvisa till de två texterna så att det inte blir för mycket upprepning av vad som skrivits på andra ställen.

Studien

Den här studien kan förstås som en *picture – drawing case study*, vilken är en av olika typer av *educational case studies* som kan genomföras i undervisningsmiljö (Basse, 1999). En *picture drawing case study* används för att uttala sig om händelser och aktiviteter i undervisningssammanhang med ett teoritillskott i beskrivande termer. En *educational case study* är en empirisk undersökning med fokus på undervisning utifrån vissa definierade kriterier. Studien behöver genomföras *under begränsad tid och rum*, vilket i föreliggande studie innebär att 16 matematiklektioner har observerats och ett urval av dem har analyserats. Det som ska undersökas ska uppfattas *som en intressant aspekt av en "educational activity"*. Den aktivitet som är i fokus i denna studie handlar om kommunikation under helklassdiskussioner och skapandet av eventuella matematiska argument däri. En helklassdiskussion ska här betraktas som ett tillfälle där något kommuniceras inför hela klassen, där klassen förväntas "lyssna" på det som "sägs" och eventuellt komma med eget bidrag. Detta kan ske i form av en inledning, instruktion, som ett avbrott under ett pågående arbete med en uppgift eller som uppföljning eller redovisning av en uppgift. Studien ska till största del genomföras *i en naturlig kontext och med en etisk respekt för personerna i kontexten* (ibid). Analysen i studien bygger på insamlat datamaterial från ordinarie undervisning. I studien har jag analyserat själva kommunikationen i form av de argument som rekonstruerades i forskningsprocessen. Någon värdering av deltagande individer och deras individuella prestationer i matematik har inte gjorts. Basse

skriver vidare att studien ska genomföras *för att användas som underlag för praktiserande*, alltså av lärare, eller beslutsfattare, alternativt för ytterligare forskning som i slutändan kan leda till underlag som kan användas för att påverka undervisning. Min förhoppning är att lärare ska kunna använda studiens resultat för att reflektera över och samtala om sin egen undervisning samt som ett bidrag för framtida forskning gällande argument som en kommunikativ akt.

Deltagare

Studien genomfördes på två skolor under två perioder. Den första delen ägde rum under fyra månader läsåret 2012–2013 på en skola i Mellansverige där två lärare och deras klasser, åk 4 deltog. Från varje klass samlades data-material från fyra lektioner in. Datainsamlingen skedde en gång i månaden. Dessa lärare kontaktades av mig då de godkände att delta i en annan studie som genomfördes av en kollega till mig. Tanken från början var att det skulle bli två studier som kunde komplettera varandra men de utvecklades till två separata studier.

Den andra datainsamlingen skedde på en skola i Stockholm under vårterminen 2013 med datainsamling en gång i veckan eller varannan vecka. En lärare undervisade åk 5 och från den klassen samlades data från tre lektioner in. Den andra läraren undervisade åk 3 och från den samlades fem lektioner in. Dessa lärare tillfrågades om de ville delta då jag ville ha ytterligare underlag. En av lärarna kontaktades då jag visste att hon var aktiv inom skolutveckling genom olika projekt och jag tänkte att hon eventuellt kunde erbjuda en annan form av undervisning än de två första lärarna, vilket skulle kunna ge en bredare bild av matematikdiskussioner. Jag fick höra att den andra läraren på skolan också var intresserad och då inkluderades även hon i studien.

De elever som deltog i studien informerades om att jag var intresserad av hur matematik kommunicerades i klassrummet, och av vad som uttrycktes i diskussioner. Eleverna fick tillsammans med sina föräldrar besluta om de ville delta eller ej i studien och lämna sitt beslut genom ett skriftligt samtycke (se Bilaga 1). Där framkommer att eleverna kunde avbryta ett påbörjat deltagande om de så önskade. Ett fåtal elever från de fyra klasserna deltog inte i studien och de fick arbeta tillsammans med annan personal eller på egen hand i ett annat rum då videoinspelningen ägde rum.

På båda skolorna informerades lärarna om att jag hade ett intresse av resonemang i diskussioner men att jag önskade att de ändå försökte genomföra en så vanlig lektion som möjligt. Anledningen till att jag meddelade dem mitt intresseområde berodde delvis på att jag ville vara så öppen som möjligt med dem vad jag studerade och samtidigt skapa förutsättningar för att de höll gemensamma diskussioner. I och med att jag filmade läraren ville jag

inte att läraren skulle undvika situationer såsom helklassdiskussioner, vilket eventuellt hade varit risken om jag inte varit så öppen. I och med att jag informerade vad jag var intresserad av kan dock innehållet eller upplägget i lektionen ha påverkats något, medvetet eller omedvetet av läraren (Tracy, 2010).

Datainsamling

För att genomföra en fallstudie med god kvalitet fanns det några aspekter gällande datainsamlingen att ta i beaktande. Då syftet med studien var att beskriva och analysera kommunicerade argument i helklassdiskussioner, behövde jag använda mig av en lämplig metod för insamling av data som möjliggjorde detta. Valet blev att använda mig av videoinspelning, som är lämplig för att fånga en interaktion (där en eller flera bidrar till skapandet av argument) där även icke-verbala data ingår (Cohen, Manion & Morrison, 2011). Enbart observation med fältanteckningar eller ljudupptagningar hade inte kunnat tillgodose det. Jag använde mig av ljudupptagning som ett kompletterande verktyg.

När man samlar in datamaterialet genom videoinspelning är det flera praktiska frågor man måste besluta sig för, exempelvis placering i rummet och hur nära man placerar sig i förhållande till deltagarna, vilket kan förstås som en selektiv påverkan av materialet (Cohen m.fl., 2011). När läraren stod framme i klassrummet stod jag längst bak eller på sidan och hade kameran antingen på ett stativ eller i handen. Med tanke på studiens syn på kommunikation var det viktigt att fånga upp vad läraren sa, hur den använde tavlan eller andra hjälpmedel samt kroppsliga uttryck. När läraren riktade ett fokus mot någon elev försökte jag om möjligt fånga upp eleven i fråga med kameran. Risk att missa några ”händelser” finns när man använder en mobil kamera som riktas (Cohen m.fl., 2011) men i det stora hela upplevde jag att det fungerade bra. Stod jag längst bak eller vid sidan i klassrummet, när någon var framme vid tavlan blev ofta vinkeln sådan att jag filmade eleven bakifrån eller från sidan och därmed försvann möjligheten att fånga vissa gester, ansiktsuttryck med mera. Vid tillfällen då jag filmade elever som satt på sina platser med kameran försvann även möjligheten att fånga lärarens agerande och eventuell påverkan på interaktionen i form av exempelvis ansiktsuttryck då kameran var riktad mot eleven. Enligt min uppfattning har analysen av hur matematiska argument skapats inte påverkats, åtminstone inte i någon större utsträckning. Andra aspekter att tänka på var även hur nära jag gick. Går man för nära finns risken att vara påträngande men om man är för långt ifrån riskerar man att missa det som händer i detalj (Cohen m.fl. 2011). Utifrån ett multimodalt perspektiv på kommunikation är detaljer viktiga, men

att vara påträngande riskerar att hämma deltagarna. Med hjälp av videokameran hade jag möjlighet att på håll zooma in vad som hände, med viss risk att ljudupptagningen inte blev optimal. I denna uppsats redovisas kommunikationen under helklassdiskussionerna och det var oftast en av deltagarna som talade åt gången så det fanns goda möjligheter att fånga upp det som sades. Läraren hade dessutom en diktafon på sig så vad denne sa fanns det garantier för att uppfatta, samt följaktligen om något uttrycktes verbalt i närheten av läraren.

Samma förutsättningar gällde då jag använde kameran för att fånga elevernas bidrag när de stod framme vid tavlan och kommunicerade. Här var fokus på dem och därmed var lärarens agerande inte alltid i kamerans blickfång. När läraren agerade så pass tydligt att jag uppfattade det försökte jag att fånga in läraren, vilket i de flesta fall var möjligt då denne oftast stod kvar framme vid tavlan nära eleverna. Ofta syntes både lärare och elev samtidigt. När eleverna satt kvar på sina platser när de bidrog i diskussionerna fokuserade jag på dem.

Att använda sig av videoupptagning gör att även att materialet kan observeras flera gånger med en noggrann granskning (Cohen m.fl., 2011; Powell, Fransisco Maher, 2003)

Innan jag kom till klasserna för att filma besökte jag klasserna där jag berättade om vad jag skulle göra och att jag var intresserad av hur man diskuterade matematik, inte om eleverna hade rätt eller fel. Detta för att eleverna skulle slappna av så mycket som möjligt och inte fundera över varför jag filmade dem. Jag provfilmade även under en lektion så att de fick uppleva hur det skulle gå till.

Urval av data

Analysen som ligger till grund för denna uppsats bygger på datamaterial i form av helklassdiskussioner. Totalt filmades 16 lektioner i sin helhet. För att materialet inte skulle bli för omfattande behövde en avgränsning göras. Jag beslutade mig för att fokusera på kommunikation som äger rum i helklassdiskussioner och där både lärare och samtliga elever kan delta och utslöt materialet där läraren gick runt när eleverna arbetade vid sina platser.

Till Artikel 1 valde jag två episoder från en och samma lektion, där elever redovisade sina lösningar på ett problem som de hade arbetat med i mindre grupper. Redovisningarna skedde framme vid tavlan. Alla elever i grupperna var framme men det var en från varje grupp som uttryckte sig aktivt. Episoderna valdes då de representerar två olika lösningsmetoder till ett och samma problem. Det var även uppenbart att eleverna använde olika uttrycksformer

som därmed var intressanta att studera närmare med ett intresse för multimodalitet och argument.

Data som analyserades för Artikel 2 bestod av helklassdiskussioner från två lektioner från vardera läraren, det vill säga totalt åtta lektioner. Dessa åtta lektioner valdes utifrån de synopser jag skrivit av diskussionerna, vilket framkommer tydligare i nästa avsnitt ”Databearbetning”. Valet att ha med helklassdiskussioner från alla lärares lektioner gjordes för att få en bredd av materialet. Analysen bygger på de argument som framkom i dessa lektioner. Att inte alla lektioner ingår i den slutliga analysen beror dels på tidsaspekten då den multimodala transkriberingen är väldigt tidskrävande, dels på att jag ansåg underlaget tillräckligt omfattande för att kunna ge en uppfattning om typer av argument.

Databearbetning

För att kunna besvara mina forskningsfrågor har datamaterialet bearbetats på flera sätt. Allt datamaterial, det vill säga de 16 videoinspelade lektionerna, granskades ett par gånger av mig innan någon bearbetning gjordes. Efter granskningen skrev jag synopser över materialet som fångats av kameran. Synopserna är sammanfattande beskrivningar av lektionerna utifrån studiens intresse för kommunicerade argument i lärar-elevinteraktion. Synopserna skrevs för att tydliggöra vad som sker i de olika sekvenserna i undervisningen för att skilja ut det som inte behandlar matematik från det som behandlar matematik. I synopserna framkommer om exempelvis läraren håller en instruktion, ställer frågor till klassen, går runt bland eleverna när de arbetar och vad de diskuterar, med noggranna noteringar om kommunikationen innehåller något som kan tänkas vara ett argument/resonemang. Alla former av påståenden som jag uppfattade under detta arbete, vilka var möjliga *claims*, noterades.

Helklassdiskussionerna i de utvalda lektionerna transkriberades sedan multimodalt. Då transkriptionen blir en representation av händelsen som har ägt rum är det viktigt att vara tydlig med hur transkriberingen har ägt rum och vilka beslut som fattades i anslutning till den. Detta för att det sätt data representeras på får följder i hur det tolkas (Rostvall & West, 2005).

Vid den här transkriberingen använde jag mig av mjukvaran Videograph, efter inspiration av Boistrup (2010). Genom att använda Videograph var det möjligt att notera de olika semiotiska resurserna som deltagarna använde utifrån mitt intresse att fånga de kommunicerade argumenten. Relevanta semiotiska resurser för att besvara forskningsfrågan ansågs vara: *tal*, *skriven text* (inkluderat skrivna symboler), *bilder* (här inkluderas ritande av bilder såväl som färdiga bilder), *gester* (framför allt pekande) samt hantering av *konkret material* (såsom magnetiska figurer som kan fästas på whiteboard).

den). I detta skede av den multimodala transkriberingen togs inte bara hänsyn till vilka olika semiotiska resurser som användes utan även när de användes i förhållande till varandra.

Med hjälp av Videograph kunde transkriberingen, min representation av det som hände vara synlig samtidigt som filmen, händelsen som spelats in rullade på skärmen parallellt med att mina transkriberingar syntes. Jag delade upp datamaterialet, inspelningarna, i korta sekvenser för att få plats med transkriberingen i den ruta som man skriver i. Den transkriberade texten sparades sedan i textformat, se Figur 8. Här vill jag visa hur det kan se ut när den multimodala transkriberingen sparats i textformat och vad som sker när en kortare sekvens synliggörs. I det här exemplet började eleven lägga ut en representation av en fjärdedel på en representation av en halv (den andra raden där SB står för Student Body). Att jag använde mig av engelska förkortningar beror på att jag började skriva en text på engelska och det som först var del av "body" blev snabbt gester. När eleven hade lagt ut detta börjar hen säga "två stycken fjärdedelar" (den första raden där SS står för student Speech). Innan eleven har sagt detta kan man se att hen lägger ut en fjärdedel till (tredje raden). Eleven gör det samtidigt som hen säger "fjärdedelar". Här kan vi även se att läraren yttrar sig "ja" (sista raden där TS står för Teacher Speech) och eleven avslutar med att säga "är en halv" (första raden). Det som sker inom en given tidsangivelse ska således läsas lodrätt från vänster till höger, ej rad för rad.

00:01:40 - 00:01:45

SS:	två stycken fjärdedelar...är en halv
SB:	Lägger en fjärdedel på halva
	lägger på en fjärdedel till
TS:	ja

Figur 8: En sekvens där fler resurser används samtidigt

Transkriberingen i textformat med flera sekvenser efter varandra löper som exemplet, Figur 9, visar. Tidsangivelserna visas först och sedan kommer min transkribering av vad som uttrycks. TB står här för Teacher Body, läraren gör alltså något kroppsligt. I transkriberingen kan det innebära att skriva på tavlan eller att hantera konkret material. TS står för Teacher Speech. SB (Student Body) och SS (Student Speech) anger att det är en elev som agerar, kroppsligt eller verbalt. Läraren har satt upp fyra fjärdedelar av en magnetisk cirkel på tavlan och de ska jämföra det med hur många halvor som utgör en hel.

00:02:39 - 00:02:43

TB: Skriver 4/4 under de fyra fjärdedelarna (som sitter ihop som en hel)

00:02:43 - 00:02:48

TS: Vad ska jag ta fram? nej, inte en halv. Vad ska jag ta fram?

SS: En halv.
 00:02:48 - 00:02:52
 SS: Två halvor (svarar direkt på lärarens fråga)
 TS: Jag ska ta fram två (betonar) halvor.
 00:02:52 - 00:02:59
 TS: Då gör ni det.
 TB: Tar ner de två halvorna och sätter ihop dem bredvid de fyra fjärdedelarna.

Figur 9: Transkribering av flera sekvenser

Sekvenserna, som anges i tidsangivelsen, fick inte vara längre än att jag hade utrymme att skriva det som skedde på en rad utifrån vad Videograph medgav.

Var det fler än en elev som agerade framme vid tavlan benämndes de utifrån den ordning de började uttrycka sig. Jag fokuserade på att få med sådana uttryck som kunde anses ha med matematiken och kommunikationen i anslutning till argument att göra. Att någon stod och vickade för att denne kanske var orolig eller hade svårt att stå still är inte med. Inte heller sådant som har eller kan ha med den interpersonella kommunikationen att göra är med. Den interpersonella interaktionen påverkar givetvis vem som uttrycker vad och när, exempelvis om en lärare tittar uppmuntrande mot en elev för att få denne att fortsätta, vilket i sig kan påverka att något uttrycks. Jag fokuserade på innehållet i kommunikationen och den interpersonella interaktionen ingår inte i analysen.

För att ge större tydlighet i datautdragen i de båda artiklarna överfördes transkriberingarna till kolumner. Härmed anslöt jag mig till en tradition inom fältet där multimodal socialsemiotik används (t.ex. Boistrup, 2015; Kress m.fl., 2001), där olika kolumner representerar olika semiotiska resurser. Här gick jag tillbaka till filmerna för att försäkra mig om att det överensstämde med det som syntes på filmen. I figur 10, som finns med i Artikel 2, visas en sådan transkribering. Det som händer samtidigt i kommunikationen är placeerat i samma horisontella läge. F står här för Frida, vilket är det fingerade namnet på eleven. I de exempel som återges i artiklarna har alla elever fått ett fingerat namn.

	Speech	Writing/drawing/object	Hand gestures
24:32	Frida (F): I started to draw all students' mugs.	F draws the rectangle/mug	F points at the rectangle/cup with a pen

24:42	T: How much was it in each cup then? F: Er...	F draws a second mug F writes $\frac{1}{4}$ in the first mug	
24:49- 24:56	T: It was a quarter in each mug.	F writes $\frac{1}{4}$ in the second mug	T takes one of the quarters out of a magnetic circle and places it over the first mug drawn by the student.

Figur 10. Transskript i tabellform som även finns återgiven i Artikel 2 (s.9)

I transkriberingen i Figur 10 framkommer fortfarande hur resurserna förhåller sig till varandra i tid, men samtidigt blev det klarare för läsaren vad som avsågs.

Kolumnerna i Artikel 2 skiljer sig något från dem i Artikel 1. I Artikel 1 ingick hanteringen av konkret material i kolumnen till höger tillsammans med "hand gestures". Till Artikel 2 fick istället kolumnen för "hand gesture" enbart vara för just handgester och hanteringen av konkret material placerades i den mellersta kolumn tillsammans med "drawing", "writing" och "symbols". Optimalt hade kanske varit att ha en fjärde kolumn då hantering av konkret material skiljer sig från det som skrivs på tavlan och gester, men det framkom ändå när konkret material användes och hur det bidrog till att skapa representationer.

Analysmetod

För att beskriva analysprocessen tar jag stöd av kvalitativ innehållsanalys som metod, vilket innebär en systematisk beskrivning av datamaterialet genom kodning och kategorisering (Cohen m.fl., 2011; Krippendorf, 2013; Mayring, 2015; Shreier, 2014). Inom forskning användes innehållsanalys inledningsvis som en kvantitativ analysmetod men har utvecklats med en kvalitativ inriktning (Krippendorf, 2013). Föreliggande studie saknar kvantitativa inslag så det är enbart den kvalitativa inriktningen som jag har lutat mig mot gällande beskrivningen av analysen och hädanefter använder jag begreppet innehållsanalys synonymt med kvalitativ innehållsanalys.

Under vissa delar där jag beskriver hur analysen har skett hänvisar jag till artiklarna, medan andra delar är mer exemplifierade här i kappan än i artiklarna.

Analysen kan beskrivas som att den ägde rum i två faser:

- Fas 1 – kodning och kategorisering av huvudkategori - rekonstruktion av argument.
- Fas 2 – kodning och kategorisering av subkategorier – indelning av argument i olika typer. Sökande av eventuella karaktäristiska drag inom respektive typ av argument

Innehållsanalys

Innehållsanalys är en textbaserad forskningsmetod av kommunikation där man analyserar texter i den kontext de framträder (Krippendorf, 2013), vilket gör den lämplig att relatera till. Text ska i denna studie betraktas som det som kommuniceras under helklassdiskussioner med fokus på argument. Under fas 1 bestod texten främst av transkriptionen, som gjordes utifrån ett multimodal socialsemiotiskt perspektiv, men där även det videospelade materialet som sådant ingick i textbegreppet utifrån en bred syn på kommunikation (Rostvall & Kempe, 2005). Under fas 2 var det de rekonstruerade argumenten, som var framskrivna av mig under fas 1 utifrån Toulmins modell, som utgjorde den textuella enheten som analyserades. Även här fanns möjlighet att återgå till transkribering och videospelat material.

En innehållsanalys beskrivs som en strukturerad metod som följer förutbestämda steg (Cohen m.fl., 2011; Mayring, 2015; Shreier, 2014). Shreier (2014) beskriver ett antal steg för hur en innehållsanalys kan ske.

1. Deciding on a research question
2. Selecting material
3. Building a coding frame
4. Segmentation
5. Trial coding
6. Evaluating and modifying the coding frame
7. Main analyses
8. Presenting and interpreting the findings

(Shreier, 2014, s. 7)

Den analys som gjordes på materialet för studien kan förstås som en något modifierad version av en innehållsanalys, allra helst med tanke på att kodningen och kategoriseringen skedde i två faser och därmed inte helt följer de förutbestämda stegen. Vidare skedde vissa steg parallellt och i pendlande form. I beskrivningen av analysen hänvisar jag till vad som kan anses vara

motsvarigheter i Schreiers (2014) beskrivning, vilket är synligt i parenteserna.

Forskningsfrågorna (steg 1) formulerades utifrån studiens syfte med ett tydligt fokus på kommunikation och matematiska argument. Ursprungsmaterialet som låg till grund för arbetet i fas 1 och 2 var helklassdiskussionerna (delvis steg 2) i ett antal lektioner. Allt ursprungsmaterial granskades och vissa delar kodades. Enligt Schreier (2014) byggs en kodningsram, (steg 3) som utprövas på en del av materialet för att sedan utvärderas och modifieras innan den huvudsakliga kodningen äger rum, (vilket motsvarar steg 5-7). För denna studie inleddes det som kan beskrivas som ramen för kodning under fas 1 men fortsatte under fas 2. Ramen för kodning ska möjliggöra att materialet kategoriseras i huvudkategorier (minst en) och subkategorier (minst två) (Schreier, 2014). Huvudkategori är de aspekter av materialet som man vill veta mer om och subkategorier specificerar vad som uttrycks i materialet med avseende på huvudkategorin (Schreier, 2014). I rambygget ingår att benämna, beskriva och exemplifiera kategorierna. Då studien syftade till att undersöka argument som kommuniceras i helklassdiskussioner var det argument som kom att utgöra huvudkategorin.

Fas 1

Under fas 1 kodades data så att de aspekter av materialet jag ville veta mer om identifierades, det vill säga de kommunicerade argumenten. För att koda och kategorisera delar av data, deltagarnas uttryck, som argument behövde dessa delar identifieras. Här utgick jag från Toulmins modell (Toulmin, 2003; Krummheuer, 1995) och de beståndsdelar, element som den utgörs av: *claim*, *data*, *warrant* och eventuellt *backing* (steg 3) samt ett multimodalt socialsemiotiskt perspektiv (Kress, 2010), på kommunikation. För att tolka uttryck som delar av ett element utifrån ett socialsemiotiskt perspektiv behövde hänsyn tas till sammanhanget där uttrycken sker. Detta kommer att beskrivas och exemplifieras lite längre fram i detta kapitel. Huvudkategoriseringen, kodningen av text för att rekonstruera argumenten, kan beskrivas som konceptdriven (Schreier, 2014), där man utgår från tidigare forskning och/eller teori. Detta motsvarar Hsieh och Shannons (2005) ”directed analysis” och Cohen m.fl. (2011) deduktiva aspekter. Ett flertal forskare har använt Toulmins, vilket tidigare nämnts, men för att se att den även var användbar på datamaterialet i studien testades den på en mindre del av datamaterialet (steg 5), vilket resulterade i Artikel 1, för att sedan användas på hela materialet. Den första fasen av analysen resulterade således i de enheter, de rekonstruerade argumenten, som senare analyserades i fas 2 (steg 2 och 4 för fas 2). Då de koder som användes under den första fasen var förutbestämda och ansågs lämpliga att använda ägde inte någon modifiering av kodningsramen (steg 6) rum. Segmentering, (steg 4) innebär en uppdelning

av text för kodning, men då denna studie inte analyserade hela passager av text, utan uttryck i en pågående kommunikation fanns ingen motsvarighet till detta under fas 1.

Fas 2

Här är det argumenten som kommunicerats och identifierats genom rekonstruktion i fas 1 som kodades och kategoriserades som subkategorier utifrån typ av argument. Dessa argument utgjorde således de enheter (steg 4) som skulle kodas. Den andra fasen, analys av de rekonstruerade argumenten, kan ses som datadriven (Shreier, 2014). I denna fas fanns inga förutbestämda koder utan de framarbetades under arbetets gång, genom att de testades och modifierades (steg 5 och 6) för att sedan användas på hela materialet (steg 7), det vill säga på alla rekonstruerade argument i den här studien. Shreier (2014) betonar att subkategorierna måste vara särskilda och kodningen måste ske så att inte samma enhet kan kodas som två subkategorier. I föreliggande studie skedde en tentativ kodning där många olika aspekter av argumenten inkluderades, vilket snabbt bredde ut sig till ett nät av kategorier, som blev omöjlig att överskåda och skillnaden mellan olika koder/kategorier svåra att särskilja. Slutligen resulterade detta tentativa arbete med ett avsmalnat fokus som kom att handla om vilken typ av påstående som framkommer i argumentet, vilket innebar att varje enskilt argument kunde kodas utifrån en kod. De argument som ingår i studien är i sin enklaste form, vilket innebar att de få argument som byggde en kedja delades upp i separata enheter. Detta gällde i ett fåtal fall. Nästan uteslutande kommunicerades argument i dess enklaste form från början.

Konstruktionen av koder (steg 3) utgick från att de skulle säga något om argumenten som helhet, även om jag utgick från *claim* vid analysen. Arbetet gick till på så vis att jag började göra en uppdelning av argumenten utifrån vad *claimen* uttryckte och hur de skilde sig åt från varandra. Detta testades på en del av materialet genom att en konkret uppdelning av argumenten ägde rum, det vill säga att jag lade utskriften av de rekonstruerade argumenten i högar. *Claim* får en stor betydelse för hur argumentet som sådant uppfattas och vad det kommunicerar. Därför är det viktigt att återigen belysa att tolkningen av uttryck i kommunikationen som identifierades och kodades som *claim* beror på det sociala sammanhanget (se ”Att tolka yttrande”). Vilken funktion får argumentet i det sammanhang som det uttrycks? Vad kommunicerar argumentet? När kodningen av *claim* skedde var det viktigt att titta på *data* och *warrant* för att försäkra mig om att de gav stöd till *claimet* och att min tidigare tolkning under rekonstruktionen stämde. Vid något tillfälle uppstod en osäkerhet om vad *claimet* verkligen stod för och om jag tolkat det korrekt och då gick jag tillbaka till transkriptionen och/eller videoinspelningsningen för att se i vilket sammanhang det uttrycktes, vad som hände före och efter yttranden i interaktionen. Några av argumenten lyftes även till diskuss-

ion tillsammans med andra för att säkerställa korrekt tolkning. Här diskuterades alternativa tolkningar. De koder som till slut kom att användas handlade om vad *claim* uttryckte. Detta låg också till grund för hur subkategorierna benämndes och definierades. Detta testades på en del av materialet genom att jag återigen gjorde en konkret uppdelning av argumenten. Dessa uppdelningar studerades ytterligare innan en fullständig benämning och beskrivning av subkategorierna skedde. En tydlig definition och benämning av kategorierna skedde således inte förrän indelningen av argument via kodning hade ägt rum.

När indelningen av data i de tre olika subkategorierna hade skett undersökte jag argument inom respektive kategori för att se om det fanns karaktäristiska drag förutom *claim*. Här studerade jag de respektive beståndsdelarna av argumenten, elementen enligt Toulmins modell. Det jag studerade var om det fanns några likheter i *data*, i *warrant* och eventuellt i *backing* inom de olika subkategorierna. Eventuella likheter av exempelvis *warrant* mellan de olika subkategorierna har inte sökts, det är enbart inom respektive kategori detta skett. Det är de likheter som jag fann som presenteras i artikel 2.

Att tolka yttrande

Argument som skapas i en kommunikation framförs inte alltid på det sätt som modellen kan ge sken av utan behöver tolkas och identifieras i interaktionen (Krummheuer, 1995). Att tolka yttranden var av stor betydelse för analysen och därför vill jag här ge exempel på hur det kunde gå till. Ett yttrande kan utifrån ett socialsemiotiskt perspektiv ses som ett skapande av tecken (Kress, 2010). Detta skapande sker utifrån en ”prompt”, vilket innebär att någonting i interaktionen blir som en uppmaning som får en individ att skapa ett tecken, utifrån sitt intresse och för en viss publik, och utifrån tillgängliga resurser i det ögonblicket (Kress, 2010). Yttranden tolkas således utifrån sitt sammanhang och inte som isolerade enheter. Det går inte att tolka ett yttrande utan att se det i sitt sammanhang och ta hänsyn till det som sker före och efter i kommunikationen.

Här presenterar jag ett exempel på tolkningen och argumenten synliggörs i Figur 11. Denna figur är i den form som jag använde under analysen där den vänstra kolumnen representerar *data*, den mellersta representerar *warrant* och den till höger representerar *claim*. I kolumnen för *warrant* ingår även här tolkningen av uttrycken i mer generella termer.

Under en av lektionerna skulle eleverna introduceras i att addera och subtrahera rationella tal. Läraren hade förberett så att eleverna skulle använda sig av papperslappar som representerade de rationella talen, rita bilder som representerade talen i sina böcker, och skriva dem med symbolspråk. De hade gemensamt gått igenom vilket bråk de olika lapparna representerade (varav ett är exemplifierat i Artikel 2). Uppgiften som läraren skrev på tavlan var $\frac{6}{8} + \frac{4}{8}$. Eleverna, som arbetade tillsammans i par, lade (vilket alla

hade blivit instruerade att göra) lapparna (de som representerade åttondelar) framför sig på det papper som representerade en hel (vilket de hade ett var av). Läraren frågade ”Hur många åttondelar har det blivit nu då?” Eleverna sa att de hade tio åttondelar, varpå läraren skrev ”= 10/8” på tavlan. Elevernas verbala yttrande, antalet utlagda lappar som motsvarade åttondelar och lärarens skrift på tavlan tolkades som ett *claim* i form av just 10/8, de hade 10/8. Det rekonstruerade argumentet såg ut som följande

Data: 4/8 och 6/8 (representerade som antal åttondelar, i form av papperslappar)	Warrant: De lade ut först fyra åttondelar och sedan sex åttondelar (lapparna) (Två delmängder som läggs samman ger en ny mängd)	Claim: Tio åttondelar (svarar en elev, representationerna ligger framme på bordet och läraren skriver 10/8 på tavlan)
--	---	---

Figur 11. Argument som visar tolkningen av yttrandet för 10/8.

På tavlan stod nu $6/8 + 4/8 = 10/8$. Detta uttryck skulle kunna tolkas som en relation, en likhet mellan det vänstra ledet och det högra ledet men ändå tolkades *claimet* som ”tio åttondelar” (summan av additionen), som ett svar på en fråga. Det som efterfrågades var hur många åttondelar de hade (om de adderade talen) vilket ledde till ett räknande av åttondelarna (i form av lapparna), där två delmängder gav en ny mängd, och resulterade i 10/8, uttryckt på flera sätt med användandet av olika semiotiska resurser. Detta tolkande fick betydelse när jag kategoriserade argumenten utifrån typ av *claim*, kodning under fas 2.

Det är således dessa multimodala yttranden (här i form av samma innehåll uttryckt med olika semiotiska resurser) som tolkades som att de utgjorde ett *claim*, med hänsyn till sammanhanget, det som skett tidigare. Som tidigare nämnts behöver ett rekonstruerat argument vara matematiskt förankrat, vilket här är synligt i *warrant* och hur *data* behandlades. I detta fall var det en räkneoperation, addition av rationella tal med samma nämnare, där två mängder av åttondelar och resulterade i en ny mängd (*claim*), en transformation av två objekt som resulterade i ett nytt objekt. Detta var ingenting som uttrycktes verbalt utan framkommer i hanterandet av representationerna. Detta skedde här i form av att åttondelarna representerades i form av lappar och det var det totala antalet lappar som räknades. Detta är på en specifik nivå, för denna uppgift, och kan på sitt sätt uppfattas som ”simpel”, som en enkel räkneoperation, men ändå giltig.

Läraren fortsatte med att fråga om de kunde säga det på något annat sätt, varpå en elev svarade ”En hel och två åttondelar”. Det var även synligt i det konkreta material som eleverna använde sig av där de hade täckt en av lapparna som representerar en hel med åttondelslapparna och de två återstående

ligger på den andra lappen (som representerar en hel). Läraren skrev då $= 1 \frac{2}{8}$ på tavlan efter $10/8$.

Här tolkades *claim* som en likhet mellan de matematiska uttrycken $10/8$ och $1 \frac{2}{8}$, vilket fick betydelse för den senare kategoriseringen av argumenten som gjordes utifrån *claimen* under fas 2 i analysprocessen.

Trovärdighet

Begrepp som validitet och reliabilitet såsom de används inom kvantitativ forskning är inte direkt användbara på kvalitativ forskning (Basse, 1999). Larsson (2005) lyfter att riskerna med ett antal explicita kriterier inom kvalitativa studier kan få för stor betydelse för den totala kvaliteten, men att det ändå kan användas för att visa på starka och svaga punkter i ett arbete. Jag väljer här att relatera mitt arbete mot kriterier för kvalitativ forskning framskrivet av Tracy (2010). Skälet till att jag väljer dessa är att de enligt min mening är tydligt beskrivna och jag hoppas att de kan bidra till läsarens uppfattning gällande studiens trovärdighet

Worthy topic. Kommunikation, resonemang och argument är i fokus i internationella ramverk såväl som svenska läroplanen och forskningsrapporter. Att tydliggöra hur resonemang och argument som begrepp kan förstås och hur matematiska argument skapas med många uttrycksformer är angeläget för både lärare och forskare.

Rich rigor. Hanteringen av data, i form av insamling och bearbetning har tydliggjorts i studien och genom att använda mig av videofilm som datainsamlingsmetod och Videograph som transkriberingsredskap kunde jag analysera och gå tillbaka till data nära dess ursprungstillstånd och jag kunde inkludera den multimodala aspekten i kommunikationen, vilket var en förutsättning för analys och resultat. Den analytiska processen byggde på ett teoretiskt ramverk som säkerställde att syftet med studien kunde uppnås, en process som beskrevs i relation av en innehållsanalys inspirerad av Schreier (2014).

Sincerity. Min förhoppning är att jag har varit tydlig med forskningsprocessen och de metoder jag valt att använda mig av och att de är transparenta för läsaren. Förutom ovan nämnda tydlighet gällande datainsamling och databearbetning så har jag genom att ge tydliga exempel på transkribering och rekonstruktion av argument, vilket framkommer i de båda texterna, visat hur arbetet har gått till.

Credibility Studien bygger på ett tolkningsarbete som till största del bedrivits av mig. Under den första delen av analysen, rekonstruktion av argument, tolkade jag deltagarnas uttryck, representationer av teckenskapande utifrån hur de eventuellt motsvarar elementen i Toulmins modell (Toulmin,

2003). I den andra delen, att identifiera och karaktärisera teman av argument fanns inga kategorier att utgå ifrån så de exempel som ges i Artikel 2 får exemplifiera hur jag har tolkat data och får utgöra underlag för om mina resultat kan förstås som möjliga eller inte. Om jag var tveksam över mina tolkningar lyftes de till en diskussion med andra för att säkerställa tolkningen.

Resonance. Studien har potential att vara värdefull för andra kontexter/situationer än just de fyra klassrum jag besökte, i och med att jag har uppmärksammat hur argument kan skapas utifrån en bred syn på kommunikation. Resultaten ska inte förstås som direkt överförbara på andra klassrum eller en bild av hur någonting "är", utan snarare av vad man kan behöva vara uppmärksam på i kommunikationen. De identifierade kategorierna skulle kunna identifieras i andra klassrum, men med möjlighet att identifiera andra eller att fler finns.

Significant Contribution. Studien kan anses vara ett signifikant bidrag på ett teoretiskt plan då den har visat hur man kan analysera kommunikationen och få en djupare insikt i hur argument kommuniceras i helklassdiskussioner. "Heuristic significance" kan innebära att nyfikenhet utvecklas och erbjuder vidare forskning. Vad läsare framöver anser vet jag inte men mina exempel på fortsatta studier i den avslutande diskussionen visar på möjliga områden av vad som skulle vara intressant att utforska vidare. Det praktiska bidraget anser jag är att medvetandegöra för lärare att kommunikationen består av många uttrycksformer och vikten av att uppmärksamma detta, både när det gäller att identifiera argument men även för att kunna lyfta dem till en annan nivå.

Ethical. För denna studie har jag följt Vetenskapsrådets (2008) forskningsetiska principer, vilket innebär:

- Deltagarna informerades om syftet med datainsamlingen, det vill säga att den låg som grund för en studie av en forskarstudent och att fokus låg på vad som kommunicerades. De blev även informerade om att de kunde avbryta sitt deltagande när som helst. De två lärarna som deltog i första omgången avstod från att delta en sista inplanerad gång då det varit så mycket på skolan och de var i en period som de upplevde som stressande.
- Det insamlade materialet har förvarats och hanterats av mig utan tillgång för obehöriga. Alla namn i texterna har ändrats och inga namn på skolor har angetts för att möjligheterna för identifikation ska försvåras.
- Godkännande samlades in från föräldrar till de elever som filmades (de som inte fick delta gick ut ur klassrummet vid de tillfällen jag filmade).
- Vuxna och barn informerades om att det insamlade materialet endast var till för forskarändamål och att det inte skulle komma att användas i annat syfte.

Sammanfattning av artiklarna

I detta kapitel presenteras de två artiklar som uppsatsen bygger på i en sammanfattande form.

Artikel 1

Den här artikeln visade hur elever förde resonemang i elev-lärarkommunikation genom användandet av kommunikativa resurser när de skulle redogöra för sina lösningar framför klassen. Artikeln består av två episoder där elever redovisar sina lösningar på ett problem (samma problem i båda episoderna) från samma lektion. Här undersökte vi (Nordin & Boistrup) hur vi genom att använda Toulmins modell av argument (Toulmin, 2003; Krummheuer, 1995) och ett multimodalt perspektiv (Kress, 2010) kunde rekonstruera argument och därmed se hur deltagarna i en pågående kommunikation skapade argument. Med utgångspunkt av den socialsemiotiska teorin kunde vi identifiera tecken som skapats av deltagarna i interaktionen och uttolka dem som aspekter av de element som utgör ett argument enligt Toulmin (2003) och Krummheuer (1995).

De två episoderna som belyses i artikeln visade på hur samma problem kunde leda till olika lösningar med matematiska argument som skilde sig åt. Det blev tydligt att resonemangen, i form av framförda argument, uttrycktes genom användandet av flera semiotiska resurser. Eleverna refererade exempelvis till samma matematiska *claim* (i artikeln benämnd som *ground*) i sina resonemang, men genom olika representationer. Eleverna hade i sitt teckenskapande använt olika semiotiska resurser för att kommunicera detta *claim*. Läraren bidrog också till de kommunicerade argumenten. Det var synligt när läraren uttryckte samma *claim* som en av eleverna men genom en annan representation. Läraren kommunicerade även det som identifierades som *backing* i båda episoderna. Det var en del av argumentet som enbart läraren bidrog med (en ”direct contribution”, Conner m.fl., 2014).

En slutsats var att resonemang kan uttryckas genom många kommunikativa resurser. Det är viktigt att vara uppmärksam, för att uppfatta vad eleven kommunicerar men även för att kunna arbeta mot mer effektiva och lämpliga uttrycksformer där de matematiska aspekterna i argumenten kan tydliggöras.

Artikel 2

Syftet var att *undersöka kommunicerade argument under helklassdiskussioner*. Forskningsfrågorna var: Vilka kategorier av argument kan identifieras? Vad karakteriserar argumenten inom de olika kategorierna? Analysen av kommunikationen kunde beskrivas i relation till innehållsanalys (Schreier, 2014).

Analysen skedde i två faser där den första fasen skedde genom rekonstruktion av argument i kommunikationen. För rekonstruktionen användes en multimodal ansats utifrån ett socialsemiotiskt perspektiv (Hodge & Kress, 1988; Kress, 2010; van Leuween, 2005) och Toulmins modell för argumentation (Toulmin, 2003; Krummheuer, 1995), precis som i Artikel 1. Detta arbete resulterade i ett antal argument.

Den andra fasen, handlade om att identifiera och karakterisera kategorier av argument. Här fanns inga färdiga koder att utgå från under analysen utan här skedde analysen utifrån tolkning av elementen i de rekonstruerade argumenten. Att utgå från *claim*, det element där något påstås, blev den överordnade principen i kategoriseringen av argumenten. I artikeln presenterades några argument som representerar argument inom de kategorier som identifierades. Tre kategorier av argument identifierades: *argument som förmedlar en lösning på en uppgift/ett problem*, *argument som förmedlar konceptuella egenskaper* och *argument som förmedlar en matematiska relation*. Typerna av argument är funktionella i kommunikationen och förmedlar olika aspekter av matematik genom att: förklara varför ett svar på en uppgift stämmer, vilket oftast skedde i beskrivande form; belysa en egenskap hos ett matematiskt objekt och klargöra/tydliggöra en matematisk relation.

Många av argumenten som skapades uttrycktes specifikt för situationen, vilket kan påverka vad som görs tillgängligt att urskilja för eleverna gällande de matematiska aspekterna som ligger till grund för argumenten.

Diskussion

Detta kapitel inleds med en diskussion där studien och dess resultat relateras till tidigare forskning. Sedan följer en diskussion av de val jag gjorde gällande det teoretiska ramverket, metod och genomförande. Avslutningsvis diskuteras studiens bidrag och begränsningar samt möjlig fortsatt forskning.

Matematiska argument i kommunikationen

Huvudresultatet av undersökningen i form av tre typer av argument presenterades i artikel 2: *argument som förmedlar en lösning på en uppgift/ett problem*, *argument som förmedlar konceptuella egenskaper* och *argument som förmedlar en matematisk relation*. Typerna är ett resultat av en analys i två faser där fokus låg på vad yttranden uppnår, vilket följer en trend som Morgan m.fl. (2014) visade på gällande studier med ett språkligt intresse.

Typerna av argument är funktionella i kommunikationen och förmedlar olika aspekter av matematik, de: *förklarar varför ett svar på en uppgift stämmer*, vilket oftast skedde i beskrivande form; *belyser en egenskap hos ett matematiskt objekt* och *klargör/tydliggör en matematisk relation*. Typerna av argument belyser matematiska aspekter i kommunikationen utan att för den skull vara kopplade till ett specifikt ämnesinnehåll.

Resultatet skiljer sig från hur argument har studerats tidigare i matematikdidaktisk forskning och de typer av argument som exempelvis Lavy (2006), Witkowski Rumsey (2012) eller Stylianides (2007) beskriver. I denna studie har kategorierna ett fokus på matematik samt på den funktionella aspekten, medan exempelvis Lavy (2006) beskriver typer av argument, där grad av generalitet och komplexitet skiljer sig åt och där argumenten kan ses som en progression av hur de formulerades och är relaterade till varandra. Mitkowski Rumsey (2012) identifierade typer av argument som beskriver former av argument, exempelvis om det var ett eller två claim som ingick samt om det som uttrycktes berodde på om någon hade ifrågasatt ett påstående. Hon analyserade även claim och ”justification”, men då som separata delar och inte som en helhet i form av ett argument. Stylianides (2007) kategorisering relaterade till hur pass sofistikerade argumenten kunde anses vara, i relation till bevis.

Resultatet av denna studie i form av typer av argument bygger på kompletta matematiska argument, det vill säga argument som utgörs av skelettet,

eller kärnan i ett argument (Toulmin, 2003; Krummheuer, 1995), vilket innebär att minst tre av elementen, *data*, *claim* och *warrant* uttrycktes. Artikel 2 består av detaljerad beskrivning av klassrumssituationer vid arbetet av rekonstruktionen och där framkommer tydligt hur den matematiska förankringen (mathematical anchoring) (Lithner, 2008), i form av *warrant*, ibland får ett stort fokus men som ibland är knappt noterbar. Vid vissa tillfällen var det kanske enkla räkneoperationer som identifierades som *warrant*, men då de uttrycktes, tillsammans med uttryck för *data* och *claim*, så utgjorde de ett argument. I vissa argument uttrycktes *warrant* mer explicit och kommunikationen hade ett större fokus på just det elementet, såsom i exemplet för typen argument som förmedlar en matematisk relation, $7 \times 7 = 49$ i Artikel 2. I vissa argument görs således de matematiska aspekterna (synliga i den matematiska förankringen, *warrant*) mer tillgängliga och möjliga att urskilja för eleverna. I denna analys har jag inte noterat någon skillnad mellan de olika typerna av argument gällande detta, men det var å andra sidan inte en del av analysen.

Vad som blev ganska uppenbart under analysen var att många av argumenten låg på en nivå anpassad till just den situationen/uppgiften. I några av de identifierade argumenten har dock möjligheter till generella aspekter av matematiska idéer visat sig. Att läraren har en viktig roll för diskussionerna och vad som diskuteras utifrån interaktionsmönster, frågor och annat agerande av lärare har flera vittnat om (t.ex. Brodie, 2011; Conner m.fl., 2014; Hunter, 2014; McCrone, 2005; Walshaw & Anthony, 2008). I studien kan man se exempel på hur lärare ”släppte” vissa aspekter som skulle kunna ha höjt argumenten till en högre nivå gällande generalitet eller en uppmärksamhet på de matematiska idéer som argumentet består av. Exempel finns även på fokus på matematiska aspekter såsom i $7 \times 7 = 49$, även om det inte vid detta tillfälle ledde till ett generellt uttryck.

Det är värt att notera att inga argument som har en funktion som förmedlar en motivering av val av metod har identifierats i datamaterialet. En undervisningspraktik där man kommunicerar och argumenterar anses som gynnsam och framkommer som önskvärda även i svenska styrdokument, Lgr 11 (Skolverket, 2010a) och Kommentarmaterialet (Skolverket, 2010b). Utifrån det skulle man kanske kunna förvänta sig av en typ av argument där man motiverar val av metod, eller likande. Att jag inte identifierat en sådan typ av argument innebär givetvis inte att det inte har existerat hos de aktuella klasserna, bara att de inte har skapats under de tillfällen som analyserats av mig.

Tillbaka till argument, resonemang och argumentation

Som framkom i bakgrunden är det inte alltid fokus på själva argumenten i litteraturen utan i många fall är intresset mer riktat mot argumentation och/eller resonemang. I följande del berör jag hur argumenten i denna studie kan förhålla sig till dessa begrepp.

Många studier har ett fokus på argumentation som en social process där man försöker övertyga någon eller komma samman och där man ifrågasätter varandras bidrag (e.g., Krummheuer, 1995; Mueller, 2009). Typerna av argument som har identifierats i föreliggande studie skulle kunna vara argument som skapas i en sådan process. Därmed är det inte sagt att alla argument som uttrycktes hade som syfte för att övertyga någon, eller inte heller för den delen att genom ett kollaborativt arbete nå en slutsats. I stället kan vissa av argumenten uppfattas som mer informativa, exempelvis som en form av en påminnelse gällande matematiska aspekter som framkommit vid ett tidigare tillfälle.

Ett sätt att beskriva resonemang, som lyftes i inledningen av kappan, ger bilden av att resonemang som den centrala aktiviteten att ge belägg för ett påstående, ett *claim* (Toulmin m.fl., 1979, se Figur 2), vilket inte behöver vara i form av en slutsats på ett problem. Det skulle innebära att uttrycken för elementen *warrant* och eventuellt *backing* inom de olika typerna av argument som studien resulterat i motsvarar ett resonemang. De två episoderna i Artikel 1 utgör exempel på just det, samtidigt som de motsvarar resonemang i bemärkelsen hur man når en slutsats på ett problem, vilket är ett annat sätt att beskriva resonemang.

Föreliggande studie berör frågan om vad framförandet av argument, som inte är enbart är framförda i samband med en lösningsprocess eller för att presentera lösningen av ett problem, kan innebära i relation till resonemang. Om resonemang kan förstås i termer av att ge belägg för ett påstående, *claim*, (Toulmin m.fl., 1979), även i dess enklaste form, bör uppmärksamhet mot resonemang som en kommunikativ akt i andra sammanhang än vid problemlösning synliggöras. Resonemang behöver således inte vara speciellt långa. I denna studie var det endast ett fåtal argument som framfördes i form av en kedja utan oftast var det enstaka argument.

Kommunikativa aspekter

Resultatet i Artikel 1, som bygger på två episoder med elevpresentationer av lösningar på ett problem, visade hur resonemangen uttolkade enligt Toulmins modell för argumentation (se Figur 2) uttrycktes genom användandet av flera semiotiska resurser, något som även framkommer vid rekonstruktionen av argumenten i Artikel 2. Studiens resultat visar på värdet av att ta hänsyn till en mångfald av uttrycksformer vid analys av kommunikation i

matematikundervisning. Denna studie följer på detta vis den trend som finns inom det matematikdidaktiska fältet att tillstå multimodala aspekter av kommunikation (Morgan & Alshwaik, 2012). Användandet av fler semiotiska resurser än talat språk har uppmärksammats av fler forskare inom det matematikdidaktiska fältet (t.ex. Edwards, 2009; Radford, 2009, 2014; Arzarello m.fl., 2009) men utifrån andra perspektiv, där användandet av resurser studeras som en del av kognitiva processer och/eller med ett intresse för elevers tänkande. Denna studie hade ett fokus på användandet av semiotiska resurser som funktionella i kommunikationen och utgick från multimodal socialsemiotisk (Kress, 2010, Hodge & Kress, 1988, van Leeuwen, 2005). I båda artiklarna ges utförliga beskrivningar som visar på de multimodala aspekterna under skapandet av argument under helklassdiskussionerna.

En av de två episoderna i Artikel 1, som också är med i Artikel 2, visade tydligt hur flera multimodala uttryck tillsammans kunde skapa ett argument. Delar av argumentet uttrycktes genom att eleven ritade på whiteboarden, där vissa av representationer uttrycktes tillsammans med ord och siffersymboler.



Ordningsföljden eleven uttryckte tillvägagångssättet på fick betydelse för rekonstruktionen av argumentet och vad som tolkades som *warrant*. Eleven ritade alla sexton muggarna innan hon delade in dem i grupper av fyra. Att rita var i det här fallet en fungerande uttrycksform. Samtidigt är det ingen uttrycksform som är hållbar, och heller inte önskvärd, i alla lägen. Den färdiga bilden kan i sig inte säkerställa det som tolkades som *warrant* (tolkat som ”sexton fjärdedelar kan delas in i grupper om fyra”), såsom ett symboliskt uttryck, $16/4$, hade kunnat göra i just detta fall. Tolkningen i detta fall understöddes av andra uttrycksformer samt av vad som kommunicerades före och efter just ritandet av bilden men främst genom uppmärksamhet på hur uttrycket tog form. Detta visar hur komplext skapandet av ett argument kan vara.

Elementen i ett argument kommuniceras inte alltid (utan mer sällan) så tydligt som de rekonstruerade argumenten genom modellen kan ge intryck av, vilket nyss nämnda exempel visar. Detta överensstämmer med iakttagelser i Rasmussen och Stephans (2008). Det innebär att argument kan vara svåra att identifiera under pågående diskussioner i matematikklassrum. Huvudresultatet i föreliggande studie, med tre kategorier av matematiska argument, kan därmed vara en utgångspunkt för liknande forskning, vilket jag återkommer till under rubriken Studiens bidrag.

Val under studiens gång

Redan från början av studien stod det klart att jag var intresserad av själva kommunikationen och vad som hände i den, vilket inte skulle kopplas till individers tänkande. De kommunikativa aspekterna har i denna studie enbart fokuserats på vad som uttrycktes i interaktionen mellan deltagarna för vilket ett socialsemiotiskt perspektiv valdes. Då jag tidigt insett att kommunikationen ägde rum med flera uttrycksformer blev den multimodala aspekten (Kress, 2010, Hodge & Kress, 1988; Van Leuween, 2005) viktig. Dessa val medförde att jag kunde undersöka kommunikationen utifrån att yttranden är funktionella i det sammanhang det framträder. Det var viktigt att inte betrakta enskilda yttranden utan det krävdes att se dem i ett sammanhang. Att yttranden kunde bestå av flera semiotiska resurser och att ett yttrande kunde relatera till något som ägt rum en stund tidigare gjorde arbetet tidskrävande men innebar att jag kunde analysera det som skapades i kommunikationen.

Jewitt (2014) lyfter att kritik mot studier av multimodal karaktär handlar om hur man vet att tolkningen av exempelvis en gest stämmer, allra helst med tanke på att de semiotiska resurserna uppfattas som kontextuella och flexibla och inte innehållande ”färdiga” meningar/innebörder. Kontexten och uttryckens funktioner i kommunikationen har därför varit oerhört viktiga, men det är mina tolkningar av uttrycken, i diskussion med andra, som resultatet bygger på.

För att kunna tolka det som ägde rum i kommunikationen med ett fokus på det matematiska innehållet i diskussionen användes Toulmins modell (2003) med ett tillägg av Lithners (2008) begrepp gällande förankring, vilket jag anpassade till den multimodala kommunikationen i de aktuella klassrummen. Svårigheter att använda modellen lyftes i bakgrunden (t.ex. Coffin & O'Halloran, 2008; Krummheuer, 1995; Rasmussen & Stephan, 2008) men genom att jag kopplade användandet av modellen till ett multimodalt socialsemiotiskt perspektiv var modellen användbar och analysen fruktbar, om än inte enkel. Jag valde att enbart inkludera argument som utgjorde skelettet eller kärnan av ett argument (Krummheuer, 1995; Toulmin, 2003) med eventuellt tillägg av *backing*. Både Toulmin (2003) och Krummheuer, (1995) poängterar att i en kommunikation är *warrant* inte alltid uttryckt och inte nödvändigt för att *claim* ska anges giltigt bland deltagarna. Då jag var intresserad av argumenten och inte hur det uppfattades av deltagarna inkluderades inte *claims* där det inte gick att tolka ett *warrant*. På det följer att alla argument i studien är matematiskt förankrade.

Toulmins modell i form av de funktionella elementen var även viktig i det fortsatta tolkningsarbetet av de rekonstruerade argumenten. Fokus på *claim* fick bli den överordnade principen för hur kategoriseringen ägde rum. Andra val hade givetvis kunnat vara möjliga och då troligen lett till annan kategorisering och ett annat bidrag.

Studiens bidrag

Uppsatsen inleddes med att jag som lärare själv upplevt svårigheter med att identifiera argument och resonemang i klassrumssituationer, med att förstå vad begreppen innebär och hur man diskuterar det som sker i klassrummet med kollegor (gällande argument och resonemang). Min förhoppning är att denna studie kan vara ett bidrag i det komplexa arbetet som lärare utför. Studien visar vad matematiska argument kan innebära i konkreta undervisningssituationer och typerna kan användas för att enklare identifiera argument i en kommunikation. Typerna av argument kan användas av lärare i deras arbete att uppmärksamma och stötta elevernas kommunikation av matematiska argument. Resultatet presenteras i de båda artiklarna med detaljerade beskrivningar av hur användandet av fler semiotiska resurser än talat språk i kommunikationen skapade de matematiska argumenten. Detta visar på vikten att ta hänsyn till såväl argument som multimodalitet i ordinarie undervisningssituationer.

Studiens resultat i form av typer av matematiska argument skiljer sig från andra typer av argument som identifierats (t.ex. Lavy, 2006; Witkowski Rumsey, 2012) vilket redan har uppmärksammats i diskussionen och kan ses som ett bidrag till forskning som är fokuserad på matematiska argument som sådana. Studiens resultat skulle kunna vara en utgångspunkt för liknande forskning med ett intresse av att identifiera fler typer av matematiska argument som skapas i klassrumskommunikation, likväl för forskare som är intresserade av att identifiera matematiska argument i andra forum än helklassdiskussioner.

Som tidigare nämnts så ökar intresset för multimodala aspekter i kommunikationen inom matematikämnets didaktik (Morgan & Alshwaik, 2012; Morgan m.fl., 2104) med studier av exempelvis Arzarello, Paola, Robutti och Sabena, (2008); Bjuland, Cestari och Borgerson (2008); Boistrup (2015). Denna studie kan därmed också ses som ett bidrag till forskning inom det matematikdidaktiska fältet som intresserar sig för multimodalitet.

Studiens begränsningar

Genom de val jag gjorde framträder även studiens begränsningar, där några redan framkommit.

Resonemang ses ofta som en tankeprocess (t.ex. Brodie, 2011, Lithner, 2008) men i denna studie är kognitiva processer och tänkande ingenting jag gör anspråk att uttala mig om. Uttalanden om eventuellt visat kunnande hos enskilda individer eller grupper är heller ingenting denna studie fokuserade på, vilket kan ses som en begränsning.

Val av vilket datamaterial som transkriberats innebar att jag enbart kan uttala mig om kommunikation i helklassdiskussioner även om det är tänkbart

att de presenterade typerna, eller andra, av funktionella argument skulle kunna förekomma även vid andra tillfällen.

Då inte de interpersonella aspekterna av kommunikationen analyserats går det inte att uttala sig om aspekter som kan ha haft en påverkan på kommunikationen och indirekt påverkat vad som yttrades i form av argument. Lärarens agerande i helklassdiskussioner har en stor inverkan på vad som framkommer i kommunikationen i form av förklaringar och motiveringar (Conner m.fl., 2014; Brodie, 2011; Larsson, 2015; McCrone, 2005; Stein m.fl., 2008,) men på vilket sätt det har ägt rum här ligger utanför denna studies ramar.

Fortsatt möjlig forskning

Typerna av argument som är funktionella och förmedlar olika matematiska aspekter identifierades till tre stycken i denna studie, men liknande forskning skulle kunna undersöka möjligheter att identifiera fler typer av argument och/eller andra forum för kommunikation såsom grupparbete, eller när lärare kommunicerar med en eller ett par elever.

Som jag ser det är detta arbete ett bidrag till forskningen av matematiska argument bland yngre elever där en djupare analys av de matematiska aspekterna som uttrycks i argumenten genom den matematiska förankringen är ett möjligt nästa forskningssteg. En djupare analys av matematiken som framträder, och vad som därmed görs tillgängligt att urskilja, skulle kunna vara ett relevant fokus.

Lärarens agerande är något som många studier har haft ett intresse för (t.ex. Boistrup, 2015; Brodie, 2011; Larsson, 2015; Stein, m.fl., 2008) men jag ser att det finns utrymme att studera lärarens agerande med ett specifikt fokus på relationen till skapande av matematiska argument, inklusive argument som inte förekommer i anslutning till problemlösning.

Ett annat forskningsområde som kan relateras till denna studie är forskning som bedrivs tillsammans med lärare. Vilka frågeställningar har lärare när det gäller resonemang och argument som de vill undersöka och som kan ligga till grund för en praktisknära forskning som relaterar till matematiska argument som skapas i kommunikationen, där studiens resultat kan vara en utgångspunkt?

Referenser

- Arzarello, F., Paola, D., Robutti, O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 97-109.
- Ball, D., & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. I J. Kilpatrick, G. Martin, & D. Schifter (Red.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (s. 27-44). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ball, D. L., Lewis, J., & Thames, M. H. (2008). Chapter 1: Making mathematics work in school. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 14, 13-201.
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Buckingham: Philadelphia: Open University Press.
- Bergqvist, E., Bergqvist, T., Boesen, J., Helenius, O., Lithner, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2010). *Matematikutbildningens mål och undervisningens ändamålsenlighet*. Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Bjuland, R., Cestari, M. L., & Borgersen, H. E. (2008). The interplay between gesture and discourse as mediating devices in collaborative mathematical reasoning: a multimodal approach. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(3), 271-292.
- Boistrup, L B. (2010). *Assessment discourse in mathematics classrooms: a multimodal social study*. (Doctoral thesis). Stockholm: Stockholm University. Hämtad från su.diva-portal.org/smash/get/diva2:355024/FULLTEXT02.pdf
- Boistrup, L. B. (2015). Governing through implicit and explicit assessment acts: Multimodality in mathematics classrooms. I M. Hamilton, R. Heydon, K. Hibbert, & R. Stooke (Red.), *Negotiating spaces for literacy learning: Multimodality and Governmentality*. London: Bloomsbury Publishing.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3, 77-101.
- Brodie, K. (2011). Working with learners' mathematical thinking: Towards a language of description for changing pedagogy. *Teaching and Teacher Education: An International Journal of Research and Studies*, 27(1), 174-186.
- Coffin, C., & O'Halloran, K. A. (2008). Researching argumentation in educational contexts: new directions, new methods. *International Journal of Research & Method in Education*, 31(3), 219-227
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education* (7 uppl). Milton Park, Abingdon, Oxon, [England]: Routledge.
- Conner, A., Singletary, L., Smith, R., Wagner, P., & Francisco, R. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429.

- Edwards, L. D. (2009). Gestures and conceptual integration in mathematical talk. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 127-141.
- Evens, H., & Houssart, J. (2004). Categorizing pupils' written answers to a mathematics test question: "I know but I can't explain". *Educational Research*, 46(3), 269-282.
- Forman, E. A. (2003) A sociocultural approach to mathematics reform: speaking, inscribing, and doing mathematics within communities of practice I J. Kilpatrick, G. Martin, & D. Schifter (Red.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (s. 333-352). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Forman, E. A., Larreamendy-Joerns, J., Stein, M. K., & Brown, C. A. (1998). "You're going to want to find which and prove it": collective argumentation in a mathematics classroom. *Learning and Instruction*, 8(6), 527-548.
- Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2005). Conditions for promoting reasoning in problem solving: Insights from a longitudinal study. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(3-4), 361-372.
- Hodge, R., & Kress, G. (1988). *Social semiotics*. Cambridge: Polity.
- Hsieh, H-F., & Shannon, S. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, 15 (9), 1277-1288.
- Hunter, J. (2014). Developing learning environments which support early algebraic reasoning: A case from a New Zealand primary classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 26(4), 659-682.
- Inglis, M., Mejia-Ramos, J., & Simpson, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: The importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 3-21.
- Jewitt, C., Kress, G., Ogborn, J., & Charalampos, T. (2001). Exploring learning through visual, actional and linguistic communication: The multimodal environment of a science classroom. *Educational Review*, 53(1), 5-18.
- Jewitt, C. (2014) (Red.). (2:a uppl.). *The routledge handbook of multimodal analysis*. Abingdon: Routledge
- Johansson, M., Lange, T., Meany, T., Riesbeck, E., & Wernberg, A. (2014). Young children's multimodal mathematical explanation. *ZDM – The international Journal on Mathematics Education*, 46(6), 895-909.
- Knipping, C. & Reid, D. (2015). Reconstructing argumentation structures: A perspective on proving processes in secondary mathematics classroom interactions. I A. Bikne-Ahsbabs, C. Knipping, & N. Presmeg (Red.), *Approaches to qualitative research in mathematics education: Examples of methodology and methods* (s. 75-101) [Elektronisk resurs]. doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6
- Kosko, K. (2016). Making use of what's given: Children's detailing in mathematical argumentative writing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 68-86.
- Kress, G. (2010). *Multimodality: A social semiotic approach to contemporary communication*. London: Routledge
- Kress, G. R., & Van Leeuwen, T. (2001). *Multimodal discourse: The modes and media of contemporary communication*. London: Arnold.
- Krummheuer, G., (1995). The ethnography of argumentation, I P Cobb and H. Bauersfeld (Red.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*, (s. 229-270). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60-82.

- Krummheuer, (2015). Methods for reconstructing processes of argumentation and participation in primary mathematics classroom interaction. I A. Bikner-Ahsbabs, C. Knipping, & N. Presmeg (Red.), *Approaches to qualitative research in mathematics education: Examples of methodology and methods* (s. 51-74) [Elektronisk resurs]. doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6
- Krippendorff, K. (2013). *Content analysis: an introduction to its methodology*. (3:e uppl.) Thousand Oaks, Calif: SAGE.
- Lavy, I. (2006). A case study of different types of arguments emerging from explorations in an interactive computerized environment. *Journal of Mathematical Behavior*, 25(2), 153-169.
- Larsson, M. (2015). *Orchestrating mathematical whole-class discussions in the problem-solving classroom: Theorizing challenges and support for teachers*. (Doctoral thesis). Västerås: Mälardalen University. Hämtad från mdh.diva-portal.org/smash/get/diva2:86533/FULLTEXT.pdf.
- Larsson, S. (2005). Om kvalitet i kvalitativa studier. *Nordisk pedagogik* 25(1), 16-35.
- Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. I J. Boaler (Red.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (s. 19-44). Westport, CT: Ablex.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255-276.
- Mayring, P. (2015). Reconstructing argumentation structures: A perspective on proving processes in secondary mathematics classroom interactions. I A. Bikner-Ahsbabs, C. Knipping, & N. Presmeg (Red.), *Approaches to qualitative research in mathematics education: Examples of methodology and methods* (s. 365-380) [Elektronisk resurs]. doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6
- McCrone, S. S. (2005). The development of mathematical discussions: An investigation in a fifth-grade classroom. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal*, 7(2), 111-133.
- Meaney, T. (2007). Weighing up the influence of context on judgments of mathematical literacy. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 5(4), 681-704.
- Morgan, C. (2006). What does social semiotics have to offer mathematics education research? *Educational Studies in Mathematics*, 61, 219-245.
- Morgan, C., & Alshwaikh, J. (2009). Mathematical activity in a multi-semiotic environment. I V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Azarello (Red.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics* (s. 993-1002). Retrieved from www.inrp.fr/edition/cerme6.
- Morgan, C., & Alshwaikh, J. (2012). Communicating experience of 3D space: Mathematical and everyday discourse. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal*, 14(3), 199-225.
- Morgan, C., Craig, T., Shuette, M., & Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field. *ZDM – The international Journal on Mathematics Education*, 46(6), 843-853.
- Moschkovich, J. (2003). What counts as mathematical discourse? I N. Pateman, B. Dougherty, & J. Zilliox (Red.). *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PMENA: Vol. 3*. (s. 325-332)
- Mueller, M. F. (2009). The co-construction of arguments by middle-school students. *Journal of Mathematical Behavior*, 28(2-3), 138-149.

- Mueller, M., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2012). A framework for analyzing the collaborative construction of arguments and its interplay with agency. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), 369-387.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nielsen, J. A. (2013). Dialectical features of students' argumentation: A critical review of argumentation studies in science education. *Research in Science Education*, 43(1), 371-393.
- Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). Kompetencer og matematiklæring (Uddannelsesstyrelsens temahaftserie nr 18-2002). København: Undervisningsministeriets forlag. Hämtat från <http://pub.uvm.dk/2002/kom/index.html>
- Nunes, T., Bryant, P., Barros, R., & Sylva, K. (2012). The relative importance of two different mathematical abilities to mathematical achievement. *British Journal of Educational Psychology*, 82(1), 136-156.
- OECD (2016), *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*, OECD Publishing, Paris. doi: [10.1787/9789264255425-en](https://doi.org/10.1787/9789264255425-en)
- O'Halloran, K. (2011). Mulimodal discourse analysis. I K. Hyland & B. Paltridge (Red.), *Bloomsbury companion to discourse analysis*. London: Bloomsbury Publishing.
- Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 23-41.
- Powell, A., Fransisco, J., & Maher, C. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *Journal of Mathematical Behavior*. 22(4), 405-435.
- Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 111-126.
- Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 26(2), 257-277.
- Radford, L., Schubring, G., & Seeger, F. (Red.). (2008). Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom and culture. Rotterdam: Sense.
- Rasmussen, C., & Stephan, M. (2008). A methodology for documenting collective activity. I A. E. Kelly, J. Y. Baek & R. A. Lesh (Red.), *Handbook of design research methods in education: Innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching* (s. 195-215). New York: Routledge.
- Rostvall, A., & West, T. (2005). Theoretical and methodological perspectives on designing video studies of interaction. *International Journal of Qualitative Methods*, 4(4), 1-26.
- Schreier, M. (2014). Qualitative Content Analysis. I U. Flick (Red.), *The SAGE handbook of qualitative data* (s. 170-184). London: SAGE Publication Ltd. doi.org/10.4135/9781446282243
- Skolverket. (2003). *Lusten att lära – med fokus på matematiken*. Rapport nr.221. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2011a). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2011b). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.
- Staples, M. E., Bartho, J., Thanheiser, E. (2012). Justification as a teaching and learning practice: Its (potential) multifaceted role in middle grade mathematics classrooms. *The Journal of Mathematical Behavior*. 31 (3), 447-462.

- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal*, 10(4), 313-340.
- Sterner, H. (2015). *Problematiska görandet: Lärares lärande om kommunikation och resonemang i matematikundervisningen i en organiserad praktikgemenskap*. (Licentiatavhandling). Växjö: Linnéuniversitetet
- Stylianides, A. J. (2007). The notion of proof in the context of elementary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 65(1), 1-20.
- Sumpter, L. (2014) Mathematical reasoning at pre-school level. Paper presented at Research Symposium in Malmö, Sweden, Malmö University, June 16-17, 2014. Hämtad från <http://du.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A805153&dswid=5975>
- Sumpter, L., & Hedefalk, M. (2015). Preschool children's collective mathematical reasoning during free outdoor play. *The Journal of Mathematical Behavior*, 39, 1-10.
- Säfström, A. (2013). *Exercising mathematical competence: practising representation theory and representing mathematical practice* (Doctoral thesis). Göteborg: Chalmers; Göteborgs universitet. Hämtad från <http://hdl.handle.net/2077/32484>
- Toulmin, S. (2003). *The uses of argument*. (uppd. uppl.). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511840005a
- Toulmin, S., Rieke, R., & Janik, A. (1979). *An introduction to reasoning*. New York: Macmillan Publishing Co., Inc.
- Tracy, S. J. (2010). Qualitative Quality: Eight "Big Tent" criteria for excellent qualitative research. *Qualitative Inquiry*, 16(10), 837-851.
- Van Leeuwen, T. (2005). *Introducing Social Semiotics*. New York: Routledge.
- Vetenskapsrådet. (2008). *Forskningsetiska Principer inom Humanistisk-Samhällsvetenskaplig Forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.
- Walshaw, M., & Anthony, G. (2008). The teacher's role in classroom discourse: A review of recent research into mathematics classrooms. *Review of Educational Research*, 78(3), 516-551.
- Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H. S. (2008). Learning opportunities from group discussions: Warrants become the objects of debate. *Educational Studies in Mathematics*, 68(3), 247-261.
- Witkowski Rumsey, C. (2012). Advancing fourth-grade students' understanding of arithmetic properties with instruction that promotes mathematical argumentation. (Doctoral thesis). Från ProQuest Dissertations & Theses (PQDT) Global database <http://gradworks.proquest.com/3520912.pdf>
- Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 423-440.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-77.
- Yackel, E. & Hanna, G. (2003) Reasoning and proof. I J. Kilpatrick, W.G. Martin & D. Schifter (Red.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA, (s. 227-236).

Bilaga

Brev till elever och vårdnadshavare

Detta brev sändes ut till alla elever och deras vårdnadshavare. Den andra datainsamlingen skedde under kortare period än den första, så till det tillfället ändrades information angående längden på insamlingsperioden.

Till barn och vårdnadshavare i klass _____

Jag heter Anna-Karin Nordin och jag skriver till er i samband med en forskningsstudie som jag genomför. Jag är i botten grundskollärare i matematik år 1-7 men genomgår även en forskarutbildning på Stockholms universitet där det ingår att göra ett forskningsarbete som resulterar i en licentiatuppsats.

Mitt övergripande intresse handlar om kommunikationen i klassrummet med fokus på lärarens roll och hur läraren i sin kommunikation med eleverna, på olika sätt, skapar möjlighet för elever att delta i matematiska diskussioner. För att kunna fånga kommunikationen i klassrummet kommer jag att använda mig av videofilmning och ljudinspelning. Jag kommer även att samla in skriftligt material som eleverna har arbetat med under de lektioner jag besöker. Jag vill framhålla att forskningsfokus inte ligger på enskilda individer utan på innehållet i de matematiska diskussionerna.

Insamlingen av materialet kommer att ske vid ett antal tillfällen under en period på ca fem månader. Resultatet kommer framför allt att presenteras i en licentiatuppsats men även vid presentationer på konferenser och i artiklar.

Jag lovar att studien kommer att genomföras enligt Vetenskapsrådets forskningsetiska principer för humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning. Alla originaldokument såsom filmer, ljudinspelningar, papperskopior kommer att förvaras oåtkomligt för obehöriga. Personuppgifter och andra uppgifter som möjliggör identifiering kommer att behandlas konfidentiellt och under tystnadsplikt. Alla namn kommer att avidentifieras och inga filmsekvenser kommer att redovisas i resultatredovisningen. Medverkan i studien är frivillig och deltagare i studien kan när som helst under studien avbryta sin medverkan. Medverkande lärare kommer att få tillgång till filmerna om så önskas för att använda dem i sitt pedagogiska arbete i syfte att utveckla undervisningen.

Jag lovar att göra allt för att forskningen ska ske med hög kvalitet och att resultatet ska vara till nytta för matematikundervisning i framtiden. Hör gärna av er per mejl om ni har några frågor.

På nästa sida finns en fullmakt som jag ber er skriva under.

Med vänlig hälsning
Anna-Karin Nordin
anna-karin.nordin@mnd.su.se

Fullmakt

Denna fullmakt avser tillstånd för Anna-Karin Nordin (med eventuell medhjälpare) att video- och ljuddokumentera undervisningssituationer där du/ditt barn medverkar samt tillstånd att använda materialet för den ovan beskrivna forskningen. Kryssa för ett av nedanstående alternativ och skriv under (både elev och målsman)

Elevens namn:

Vi (elever och målsman) säger ja till elevens medverkan i Anna-Karin Nordins forskningsstudie och vi tillåter video-filmning av undervisningen där eleven deltar.

Vi (elever och målsman) säger nej till medverkan i Anna-Karin Nordins forskningsstudie.

Datum: _____

Underskrift av eleven:

Underskrift av målsman: